昆山市 2025-2026 学年第一学期八年级数学期中考试模拟试题

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案用 2B 铅笔涂在答题卷相应的位置上。

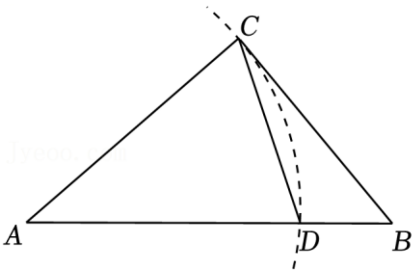
1.（3 分）下列实数中是无理数的是（　　）

A. $\sqrt{4}$　B. 1.73　C. $\frac{2}{3}$　D. π

2.（3 分）若点 P（$m-1$，$m+1$）在第三象限，则 m 的值可以是（　　）

A. -2　B. -1　C. 0　D. 1

3.（3 分）如图，已知 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，以 A 为圆心，AC 长为半径作弧，交 AB 于点 D．若∠A＝40°，则∠DCB 的度数为（　　）



A. 15°　B. 20°　C. 40°　D. 50°

4.（3 分）下列各式计算正确的是（　　）

A. $\sqrt{36}=6$　B. $\pm\sqrt{36}=6$　C. $\sqrt{36}=\pm6$　D. $-\sqrt{36}=6$

5.（3 分）以下列各选项中的三个数为三角形的三边长，其中能构成直角三角形的是（　　）

A. 2、3、4　B. 9、12、15　C. 32、42、52　D. $\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$

6.（3 分）我国的桥梁建设在世界上处于领先地位，无论是桥梁数量、跨度还是技术创断，都取得了显著成就．图 1 为某斜拉索桥，该斜拉索桥的拉索和桥面构成等腰三角形．图 2 为其示意图，在△ABC 中，AB＝AC，若 D 是 BC 边上的一点，则下列条件不能说明 AD⊥BC 的是（　　）


图1

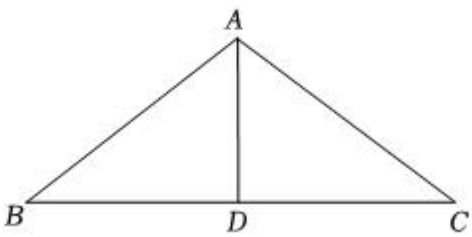


图2

A. BD＝CD　B. ∠ADB＝∠ADC　C. ∠BAD＝∠CAD　D. BC＝2AD

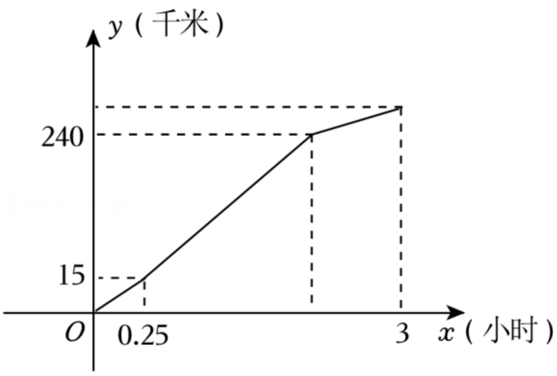
7.（3 分）小颖和她爸爸利用国庆长假到某一景区游玩．小颖的汽车先在市区道路上匀速行驶了 15 千米后进入高速公路，在高速公路上匀速行驶一段时间后，再在乡村道路上匀速行驶 0.5 小时到达景区．已知汽车在市区道路的行驶速度是乡村道路行驶速度的 2 倍，在平面直角坐标系中，汽车行驶的路程 y（单位：千米）与行驶的时间 x（单位：小时）之间的关系如图所示．以下说法正确的是（　　）

①汽车在乡村道路上行驶速度为 30 千米/小时

②汽车在高速公路上行驶速度为 120 千米/小时

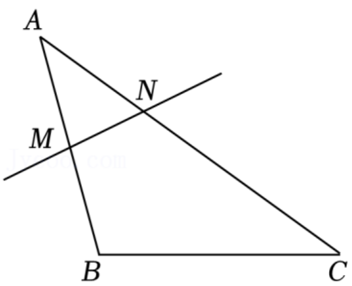
③汽车在高速公路上行驶的时间 2 小时

④汽车行驶的总路程为 255 千米



A．①② B．③④ C．①④ D．②③

8.（3 分）如图，在△ABC 中，∠B＝105°，∠C＝35°，M 是 AB 边中点，N 是 AC 边上任意一点，将△AMN 沿直线 MN 翻折，使点 A 关于直线 MN 的对称点 D 落在直线 BC 上，则∠DNC 的度数为（　　）



A．70° B．80° C．70°或 110° D．80°或 110°

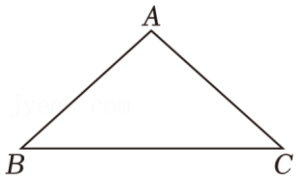
二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.请将答案填在答题卷相应的位置上。

9.（3 分）计算：$\sqrt{(-5)^2}$＝_______.

10.（3 分）在平面直角坐标系中，若点 P（a，$a-3$）在 x 轴上，则 a 的值为 _______.

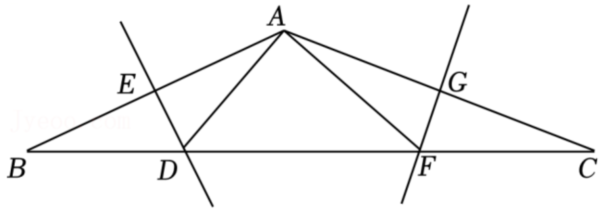
11.（3 分）写出一个比$\sqrt{2}$大且比$\sqrt{17}$小的整数 _______________.

12．（3 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，∠$A=3$∠B，则∠B 的度数为 ________°

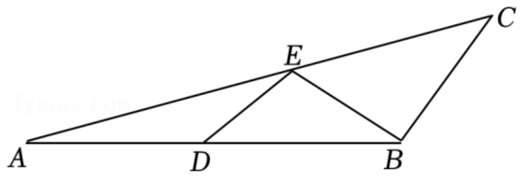


13．（3 分）若 $2（x^3-1）=18$，则 $x=$ ____________.

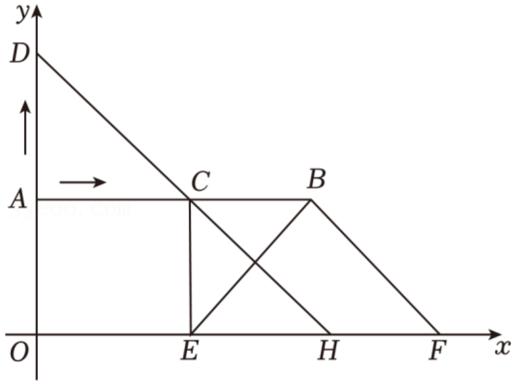
14．（3 分）如图，在△ABC 中，AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，AC 的垂直平分线交 BC 于点 F，交 AC 于点 G，连接 AD，AF．若 $BC=6$，$BD=2$，∠$DAF=90°$，则 DF 的长为 ____________.



15．（3 分）如图，在钝角三角形 ABC 中，∠$CAB=15°$，$AB=2$．点 D 是 AB 边上任意一点，点 E 是 AC 边上一动点，当 $DE+BE$ 取得最小值时，AD 的长为 ____________.



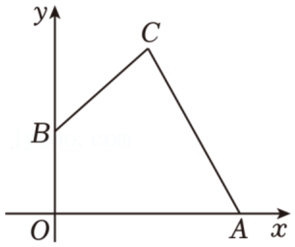
16．（3 分）如图，在平面直角坐标系中，已知点 A，B 的坐标分别为（0，3），（6，3），点 C 从点 A 出发沿 AB 以 1 个单位每秒的速度向终点 B 匀速运动（不与点 B 重合），同时，点 D 从点 A 出发以相同的速度沿 y 轴正半轴匀速运动，两个点的运动时间为 t 秒（$t>0$）．过点 C 作 $CE\perp x$ 轴，垂足为 E，连接 BE，在 x 轴上找一点 F（点 F 在点 E 右侧）使 $BF=BE$．连接 DC 并延长交 x 轴于点 H，若点 H 始终在点 F 的左侧，则 t 的取值范围是 ____________.



三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分，把解答过程写在答题卡相应的位置上，解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明。

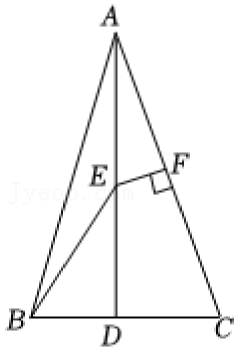
17.（5 分）计算：$(2-\sqrt{2})^{0}+\sqrt{16}+\sqrt[3]{-8}$.

18.（5 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为（3，0），点 B 坐标为（0，2），点 C 坐标为（2，4），求四边形 $OACB$ 的面积.



19.（6 分）已知 $5x-1$ 的算术平方根为 2，$x+3y+4$ 的立方根是 -1，求 $x-4y$ 的平方根.

20．（6 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 D 是 BC 边上中点，AC 的垂直平分线交 AD 于点 E，交 AC 于点 F，连接 BE．求证：$AE=BE$．



21．（6 分）弦图（图 1），在三国时期被赵爽发明，是证明勾股定理几何方法中最为重要的一种图形．2002 年国际数学家大会在北京召开，大会的会标是我国古代数学家赵爽画的“弦图”，体现了数学研究中的继承和发展．在学习了勾股定理后，小亮同学受此启发，探究后发现，若将 4 个直角边长为 a、b，斜边长为 c 的直角三角形（图 2 中涂色部分）拼成如图所示的五边形．通过两种方法计算它的面积可以验证勾股定理．请利用图 2 完成勾股定理的验证．

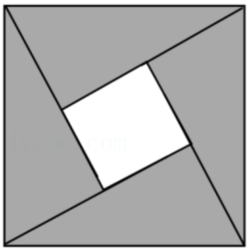


图1

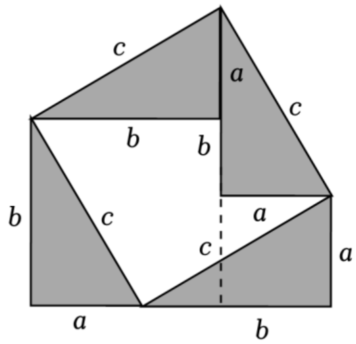


图2

22．（8 分）已知，在平面直角坐标系中，点 A 在第二象限，且到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 3．

（1）点 A 坐标为 ______________；

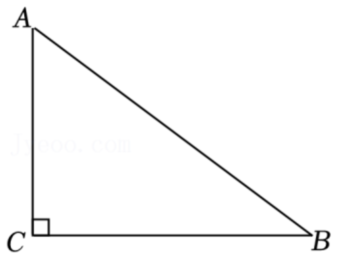
（2）点 B 与点 A 关于 y 轴对称，连接 AB，点 C 在直线 AB 上方且点 C 坐标为（2，m），若△ABC 的面积为 12，求 m 的值．

23．（8 分）如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°．

（1）尺规作图：在△ABC 的 BC 边上找到点 D，使得点 D 到 AB 的距离等于 CD；

（请用圆规和无刻度直尺作图，不写作法，保留作图痕迹）：

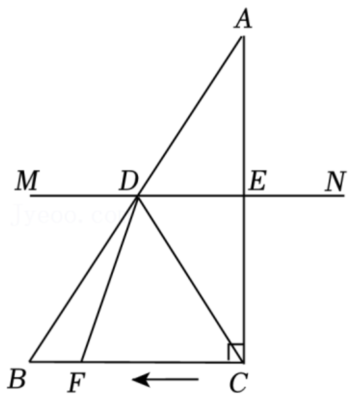
（2）若 AC＝3，BC＝4，求 CD 的长．



24．（8 分）如图，在△ABC 中，∠ACB＝90°，BC＝6，AC＝8，连接 DC．

（1）AB＝ ________；

（2）已知，直线 MN 垂直平分 AC 分别交 AB，AC 于点 D，点 E，若点 F 从点 C 出发沿 CB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 匀速运动，设运动时间为 t 秒．连接 DC，DF，在点 F 运动过程中，△DCF 能否为以 CF 为腰的等腰三角形？若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由．



25．（10 分）若直角三角形的三边的长都是正整数，则三边的长为"勾股数"．构造勾股数，就是要寻找 3 个正整数，使它们满足"其中两个数的平方和（或平方差）等于第三个数的平方"，即满足以下关系：

$(\quad)^2+(\quad)^2=(\quad)^2$；①

或

$(\quad)^2-(\quad)^2=(\quad)^2$；②

要满足以上①、②的关系，可以从乘法公式入手，我们知道：

$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$．③

如果等式③的右边也能写成"$(\quad)^2$"的形式，那么它就符合②的关系．

因此，只要设 $x=m^2$，$y=1$，③式就可化成：$(m^2+1)^2-(m^2-1)^2=(2m)^2$．于是，当 m 为大于 1 的正整数时，"m^2+1，m^2-1 和 $2m$"就是勾股数，根据勾股数的这种关系式，就可以找出勾股数．

（1）当 m＝4 时，该组勾股数是 ____________；

（2）若一组勾股数中最大的数与最小的数的和为 16，求 m 的值；

（3）若一组勾股数中最大数是 $a^2+6a+10$（a 是任意正整数），则另外两个数分别为 ____________，__________．（分别用含 a 的代数式表示）．

26．（10 分）【问题回顾】我们知道：有两个角相等的三角形是等腰三角形（简称“等角对等边”）.

其证明方法：如图 1，在△ABC 中，∠B＝∠C，作顶角∠BAC 的平分线 AD，交 BC 边于点 D，利用“AAS”可以证明△ABD≌△ACD，可得 AB＝AC．其本质是利用了图形的轴对称性.

【类比探究】某数学兴趣小组在三角形“等角对等边”定理的基础上，提出猜想：在三角形中，大的内角所对的边也大，即“大角对大边”．转化成数学符号语言为：

（1）已知：在△ABC 中，∠ACB＞∠B．求证：AB＞AC.

数学兴趣小组学生发现，该命题也可利用轴对称证明．作 BC 的垂直平分线，交 AB 于点 D，交 BC 于点 E，连接 DC（如图 2），请你帮助数学兴趣小组完成证明.

【知识应用】

请利用在三角形中，大的内角所对的边也大，即“大角对大边”这一结论完成下列问题：

（2）已知，△ABC 中，AC＝3，BC＝5，且∠C＞∠A＞∠B，则 AB 边的取值范围为 ______________；

（3）已知，如图 3，在△ABC 中，AD 平分∠BAC，点 E 为 AC 边上任意一点（不与点 A，点 C 重合），连接 BE 交 AD 于点 F．求证：BF＞FE.

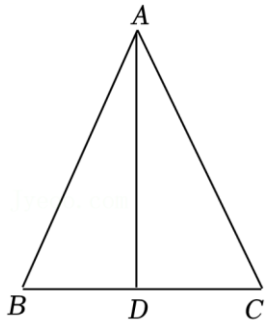


图1

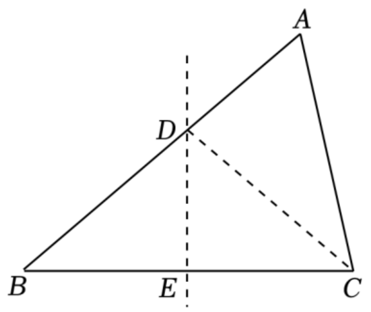


图2

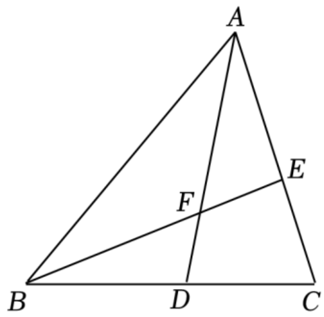


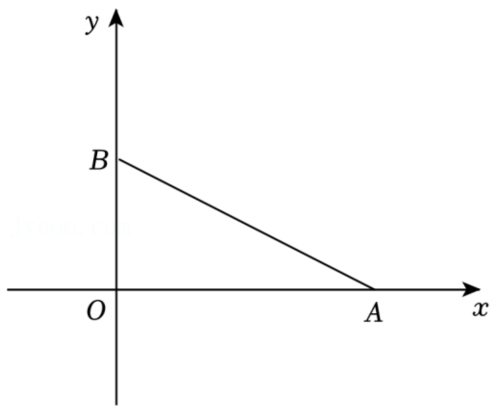
图3

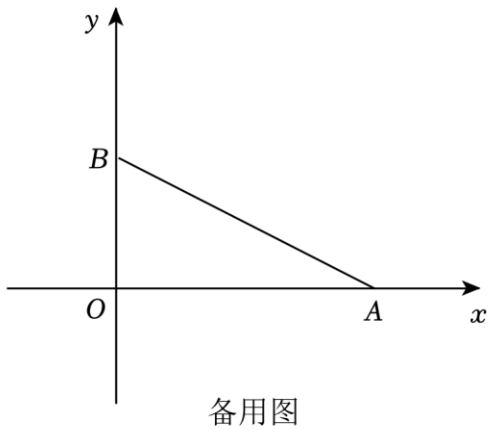
27.（10 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A，点 B 分别为 x 轴正半轴和 y 轴正半轴上两点．以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，使点 C 在直线 AB 下方．

（1）若点 A 坐标为（6，0），点 B 坐标为（0，2），则点 C 的坐标为 ______；

（2）若 $OA-OB=8$，求出点 C 的坐标；

（3）若 $AB=4$，$\triangle AOB$ 面积为 3，求出点 C 的坐标．





备用图

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确答案用 2B 铅笔涂在答题卷相应的位置上。

1．（3 分）下列实数中是无理数的是（　　）

A．$\sqrt{4}$　B．1.73　C．$\frac{2}{3}$　D．π

【考点】无理数；算术平方根.

【专题】实数；数感.

【答案】*D*

【分析】无理数即无限不循环小数，据此进行判断即可.

【解答】解：*A*．$\sqrt{4}=2$，是整数，属于有理数，故本选项不符合题意；

B．1.73 是分数，属于有理数，故本选项不符合题意；

C．$\frac{2}{3}$是分数，属于有理数，故本选项不符合题意；

D．π 是无理数，故本选项符合题意.

故选：*D*.

【点评】本题考查无理数，算术平方根，熟练掌握其定义是解题的关键.

2．（3 分）若点 *P*（*m*﹣1，*m*+1）在第三象限，则 *m* 的值可以是（　　）

A．﹣2　B．﹣1　C．0　D．1

【考点】解一元一次不等式组；点的坐标.

【专题】一元一次不等式（组）及应用；运算能力.

【答案】*A*

【分析】根据题意易得：$\begin{cases}m-1<0\\m+1<0\end{cases}$，然后再按照解一元一次不等式组的步骤进行计算，即可解答.

【解答】解：∵点 *P*（*m*﹣1，*m*+1）在第三象限，

∴$\begin{cases}m-1<0\\m+1<0\end{cases}$,

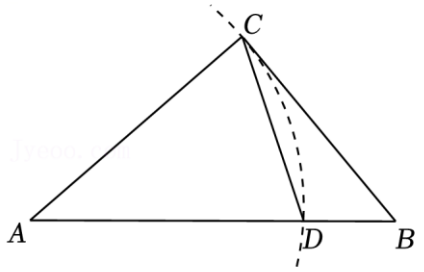
解得：$m<-1$，

∴*m* 的值可以是﹣2，

故选：*A*.

【点评】本题考查了解一元一次不等式组，点的坐标，准确熟练地进行计算是解题的关键．

3．（3 分）如图，已知 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，以 A 为圆心，AC 长为半径作弧，交 AB 于点 D．若∠A＝40°，则∠DCB 的度数为（　　）



A．15°　B．20°　C．40°　D．50°

【考点】等腰三角形的性质．

【专题】等腰三角形与直角三角形；运算能力．

【答案】B

【分析】根据题意可得：AC＝AD，然后利用等腰三角形的性质以及三角形内角和定理可得：∠ACD＝∠ADC＝70°，从而利用角的和差关系进行计算，即可解答．

【解答】解：由题意得：AC＝AD，

∴∠ACD＝∠ADC，

∵∠A＝40°，

∴∠ACD＝∠ADC＝$\frac{180^\circ-\angle A}{2}$＝70°，

∵∠ACB＝90°，

∴∠BCD＝∠ACB﹣∠ACD＝20°，

故选：B．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键．

4．（3 分）下列各式计算正确的是（　　）

A．$\sqrt{36}=6$　B．$\pm\sqrt{36}=6$　C．$\sqrt{36}=\pm6$　D．$-\sqrt{36}=6$

【考点】算术平方根；平方根．

【专题】实数；运算能力．

【答案】A

【分析】根据算术平方根、平方根的定义逐项判断即可．

【解答】解：A、$\sqrt{36}=6$，故此选项符合题意；

B、$\pm\sqrt{36}=\pm6$，故此选项不符合题意；

C、$\sqrt{36}=6$，故此选项不符合题意；

D、$-\sqrt{36}=-6$，故此选项不符合题意；

故选：A．

【点评】本题考查了算术平方根、平方根，熟练掌握这两个定义是解题的关键．

5．（3 分）以下列各选项中的三个数为三角形的三边长，其中能构成直角三角形的是（　　）

A．2、3、4　B．9、12、15　　C．32、42、52　　D．$\frac{1}{3}$、$\frac{1}{4}$、$\frac{1}{5}$

【考点】勾股定理的逆定理．

【专题】等腰三角形与直角三角形；几何直观；运算能力．

【答案】B

【分析】根据勾股定理的逆定理可知，两条较小的边的平方和等于第三条边的平方，即可构成直角三角形，依次即可求出答案．

【解答】解：A、$2^2+3^2\neq4^2$，不能构成直角三角形，不符合题意；

B、$9^2+12^2=15^2$，能构成直角三角形，符合题意；

C、$32^2+42^2\neq52^2$，不能构成直角三角形，不符合题意；

D、$(\frac{1}{4})^2+(\frac{1}{5})^2\neq(\frac{1}{3})^2$，不能构成直角三角形，不符合题意．

故选：B．

【点评】本题考查勾股定理的逆定理，熟知如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形是解题的关键．

6．（3 分）我国的桥梁建设在世界上处于领先地位，无论是桥梁数量、跨度还是技术创断，都取得了显著成就．图 1 为某斜拉索桥，该斜拉索桥的拉索和桥面构成等腰三角形．图 2 为其示意图，在△ABC 中，$AB=AC$，若 D 是 BC 边上的一点，则下列条件不能说明 $AD\perp BC$ 的是（　　）

图1

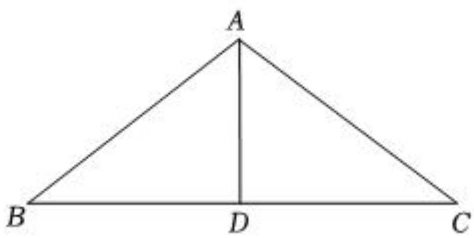


图2

A．$BD=CD$　B．$\angle ADB=\angle ADC$　　C．$\angle BAD=\angle CAD$　　D．$BC=2AD$

【考点】等腰三角形的性质．

【专题】等腰三角形与直角三角形；推理能力．

【答案】D

【分析】根据等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合解答即可．

【解答】解：A、∵$AB=AC$，$BD=CD$，∴$AD\perp BC$，故选项不符合题意；

B、∵$\angle ADB=\angle ADC$，∴$AD\perp BC$，故选项不符合题意；

C、∵$AB=AC$，$\angle BAD=\angle CAD$，∴$AD\perp BC$，故选项不符合题意；

D、∵$AB=AC$，$BC=2AD$，∴$\triangle ABC$是等腰直角三角形，不能说明$AD\perp BC$，故选项符合题意．

故选：D．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，能熟记等腰三角形“三线合一”是解此题的关键．

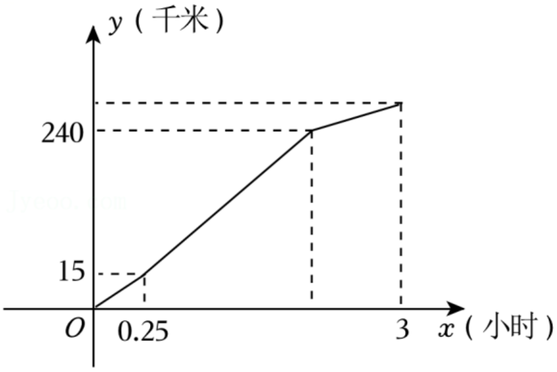
7．（3 分）小颖和她爸爸利用国庆长假到某一景区游玩．小颖的汽车先在市区道路上匀速行驶了 15 千米后进入高速公路，在高速公路上匀速行驶一段时间后，再在乡村道路上匀速行驶 0.5 小时到达景区．已知汽车在市区道路的行驶速度是乡村道路行驶速度的 2 倍，在平面直角坐标系中，汽车行驶的路程 y（单位：千米）与行驶的时间 x（单位：小时）之间的关系如图所示．以下说法正确的是（　　）

①汽车在乡村道路上行驶速度为 30 千米/小时

②汽车在高速公路上行驶速度为 120 千米/小时

③汽车在高速公路上行驶的时间 2 小时

④汽车行驶的总路程为 255 千米



A．①② B．③④ C．①④ D．②③

【考点】一次函数的应用．

【答案】C

【分析】①根据速度＝路程÷时间求出汽车在市区道路上行驶速度，再根据汽车在市区道路的行驶速度是乡村道路行驶速度的 2 倍计算汽车在乡村道路上行驶速度即可；

②根据汽车在乡村道路上匀速行驶 0.5 小时到达景区求出汽车驶出高速公路的时间，再根据速度＝路程÷时间求出汽车在高速公路上行驶速度即可；

③根据“汽车驶出高速公路的时间﹣进入高速公路的时间”列式计算即可；

④根据路程＝速度×时间求出汽车在乡村道路上行驶的路程，再加上 240*km* 即为汽车行驶的总路程．

【解答】解：①汽车在市区道路上行驶速度为 15÷0.25＝60（千米/小时），

∴汽车在乡村道路上行驶速度为 60÷2＝30（千米/小时），

∴①正确；

②∵汽车在乡村道路上匀速行驶 0.5 小时到达景区，

∴当 x＝3﹣0.5＝2.5 时，汽车驶出高速公路，

（240﹣15）÷（2.5﹣0.25）＝100（千米/小时），

∴汽车在高速公路上行驶速度为 100 千米/小时，

∴②不正确；

③2.5﹣0.25＝2.25（小时），

∴汽车在高速公路上行驶的时间为 2.25 小时，

∴③不正确；

④汽车行驶的总路程为 240+30×0.5＝255（千米），

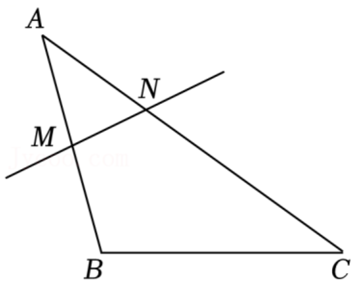
∴④正确．

综上，①④正确．

故选：*C*．

【点评】本题考查一次函数的应用，掌握速度、时间、路程之间的数量关系是解题的关键．

8．（3 分）如图，在△*ABC* 中，∠*B*＝105°，∠*C*＝35°，*M* 是 *AB* 边中点，*N* 是 *AC* 边上任意一点，将△*AMN* 沿直线 *MN* 翻折，使点 *A* 关于直线 *MN* 的对称点 *D* 落在直线 *BC* 上，则∠*DNC* 的度数为（　　）



A．70°　B．80°　C．70°或 110°　D．80°或 110°

【考点】翻折变换（折叠问题）．

【专题】分类讨论；三角形；等腰三角形与直角三角形；平移、旋转与对称；推理能力．

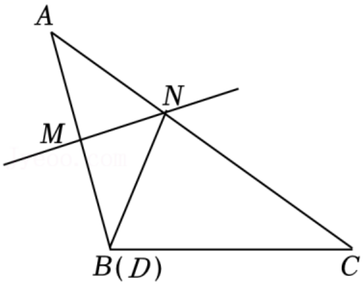
【答案】D

【分析】分①点 A 关于直线 MN 的对称点 D 应与 B 重合；②点 A 关于直线 MN 的对称点 D 在 CB 的延长线上，两种情况讨论即可解决问题.

【解答】解：由 M 是 AB 边中点，N 是 AC 边上任意一点，将△AMN 沿直线 MN 翻折，点 A 关于直线 MN 的对称点 D 落在直线 BC 上，$\angle B=105°$ 是钝角，

知：将△AMN 沿直线 MN 翻折，点 A 关于直线 MN 的对称点 D 应与 B 重合，或点 A 关于直线 MN 的对称点 D 在 CB 的延长线上.

①点 A 关于直线 MN 的对称点 D 应与 B 重合，如图，



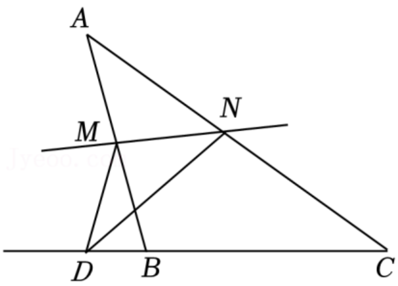
则 $\angle NBA=\angle A$，

∵ $\angle B=105°$，$\angle C=35°$，

∴ $\angle A=180°-105°-35°=40°$，

∴ $\angle DNC=2\angle A=80°$；

②点 A 关于直线 MN 的对称点 D 在 CB 的延长线上，如图，



则 $MA=MD=MB$，$\angle MDN=\angle A=40°$，

∵ $\angle MDB=MBD=180°-\angle ABC=180°-105°=75°$，

∴ $\angle NDC=\angle MDB-\angle MDN=75°-40°=35°$，

∴ $\angle DNC=180°-\angle NDC-\angle C=180°-35°-35°=110°$，

综上，$\angle DNC$ 的度数为 $80°$ 或 $110°$，

故选：D.

【点评】本题考查翻折变换，解答中涉及轴对称的性质，三角形内角和定理，三角形外角的性质，等腰三

角形的性质，能够分两种情况画出图形是解题的关键.

二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分.请将答案填在答题卷相应的位置上。

9.（3 分）计算：$\sqrt{(-5)^2}$＝__5__.

【考点】二次根式的性质与化简.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次根式的基本性质进行解答即可.

【解答】解：原式＝$\sqrt{25}$＝5.

故答案为：5.

【点评】本题考查的是二次根式的性质与化简，熟知二次根式的基本性质是解答此题的关键.

10.（3 分）在平面直角坐标系中，若点 P（a，$a-3$）在 x 轴上，则 a 的值为 __3__.

【考点】点的坐标.

【专题】平面直角坐标系；符号意识.

【答案】3.

【分析】根据 x 轴上点的纵坐标为 0 得出关于 a 的方程，求出 a 的值即可.

【解答】解：∵点 P（a，$a-3$）在 x 轴上，

∴$a-3=0$，

解得 $a=3$.

故答案为：3.

【点评】本题考查的是点的坐标，熟知 x 轴上点的纵坐标为 0 是解题的关键.

11.（3 分）写出一个比$\sqrt{2}$大且比$\sqrt{17}$小的整数 __3（答案不唯一）__.

【考点】估算无理数的大小.

【专题】实数；数据分析观念.

【答案】3（答案不唯一）..

【分析】先对$\sqrt{2}$和$\sqrt{17}$进行估算，再根据题意即可得出答案.

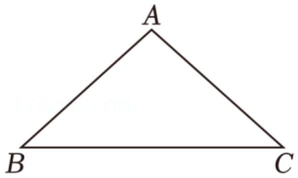
【解答】解：∵$\sqrt{2}<2<3<4<\sqrt{17}$，

∴写出一个比$\sqrt{2}$大且比$\sqrt{17}$小的整数如 3（答案不唯一）；

故答案为：3（答案不唯一）.

【点评】此题考查了估算无理数的大小，估算出$\sqrt{2}<2<3<4<\sqrt{17}$是解题的关键.

12.（3 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=3\angle B$，则$\angle B$ 的度数为 __36__°



【考点】等腰三角形的性质．

【专题】等腰三角形与直角三角形；运算能力．

【答案】36．

【分析】先利用等腰三角形的性质可得$\angle B=\angle C$，然后根据已知和三角形内角和定理进行计算即可解答．

【解答】解：∵$AB=AC$，

∴$\angle B=\angle C$，

∵$\angle A=3\angle B$，$\angle A+\angle B+\angle C=180°$，

∴$5\angle B=180°$，

∴$\angle B=36°$，

故答案为：36．

【点评】本题考查了等腰三角形的性质，根据题目的已知条件并结合图形进行分析是解题的关键．

13．（3 分）若 2（x^3-1）=18，则 $x=$ ＿$\sqrt[3]{10}$＿．

【考点】立方根．

【专题】实数；运算能力．

【答案】$\sqrt[3]{10}$．

【分析】先整理方程，再根据立方根的定义计算即可．

【解答】解：2（x^3-1）=18，

$x^3-1=9$，

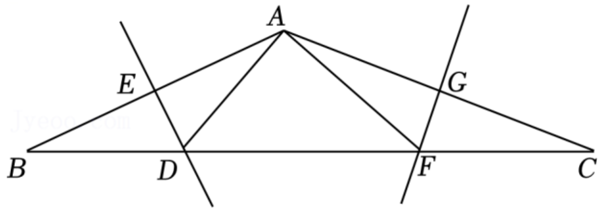
$x^3=10$，

$x=\sqrt[3]{10}$，

故答案为：$\sqrt[3]{10}$．

【点评】本题考查了立方根，熟练掌握立方根的定义是解题的关键．

14．（3 分）如图，在△ABC 中，AB 的垂直平分线交 BC 于点 D，交 AB 于点 E，AC 的垂直平分线交 BC 于点 F，交 AC 于点 G，连接 AD，AF．若 $BC=6$，$BD=2$，$\angle DAF=90°$，则 DF 的长为 ＿$\frac{5}{2}$＿．



【考点】线段垂直平分线的性质．

【专题】三角形；推理能力．

【答案】$\frac{5}{2}$．

【分析】根据线段垂直平分线的性质得到 $AD=BD$、$FA=FC$，再根据勾股定理列式计算即可．

【解答】解：∵DE 是 AB 的垂直平分线，$BD=2$，

∴$AD=BD=2$，

∵GF 是 AC 的垂直平分线，

∴$FA=FC$，

∵$BC=6$，

∴$FA=FC=4-DF$，

∵$\angle DAF=90°$，

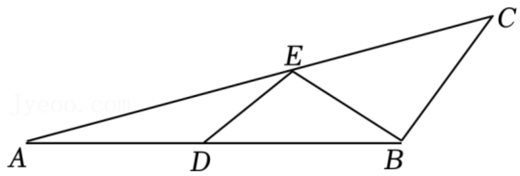
∴$DF^2=AD^2+AF^2$，即 $DF^2=2^2+(4-DF)^2$，

解得：$DF=\frac{5}{2}$，

故答案为：$\frac{5}{2}$．

【点评】本题考查的是线段的垂直平分线的性质，线段的垂直平分线上的点到线段的两个端点的距离相等．

15．（3 分）如图，在钝角三角形 ABC 中，$\angle CAB=15°$，$AB=2$．点 D 是 AB 边上任意一点，点 E 是 AC 边上一动点，当 $DE+BE$ 取得最小值时，AD 的长为 __$\sqrt{3}$__．



【考点】轴对称－最短路线问题．

【专题】平移、旋转与对称；运算能力；推理能力．

【答案】$\sqrt{3}$．

【分析】作点 B 关于直线 AC 的对称点 B'，连接 AB'、BB'、$B'E$、$B'D$，因为 AC 垂直平分 BB'，

所以 $B'E=BE$，$AB'=AB=2$，则 $\angle BAB'=2\angle CAB=30°$，作 $B'F\perp AB$ 于点 F，则 $B'F=\frac{1}{2}AB'=1$，求得 $AF=\sqrt{3}$，由 $DE+BE=DE+B'E$，且 $DE+B'E\geqslant B'D$，可知当 $DE+B'E=B'D$，且 $B'D$ 的值最小时，$DE+BE$ 的值最小，而当点 D 与点 F 重合时，$B'D=B'F$，此时 $B'D$ 的值最小，$AD=AF=\sqrt{3}$，于是得到问题的答案.

【解答】解：作点 B 关于直线 AC 的对称点 B'，连接 AB'、BB'、$B'E$、$B'D$，

∵AC 垂直平分 BB'，

∴$B'E=BE$，$AB'=AB=2$，

∴$\angle CAB'=\angle CAB=15°$，

∴$\angle BAB'=2\angle CAB=30°$，

作 $B'F\perp AB$ 于点 F，则 $\angle AFB'=90°$，

∴$B'F=\frac{1}{2}AB'=1$，

∴$AF=\sqrt{AB'^2-B'F^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$，

∵$DE+BE=DE+B'E$，且 $DE+B'E\geqslant B'D$，

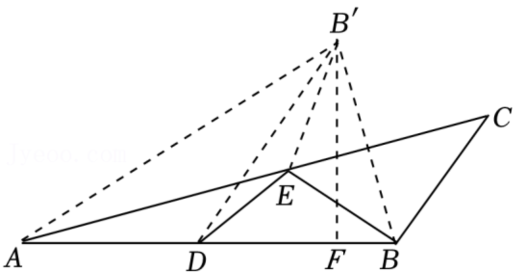
∴当 $DE+B'E=B'D$，且 $B'D$ 的值最小时，$DE+BE$ 的值最小，

∵$B'D\geqslant B'F$，

∴当点 D 与点 F 重合时，$B'D=B'F$，此时 $B'D$ 的值最小，

∴$AD=AF=\sqrt{3}$，

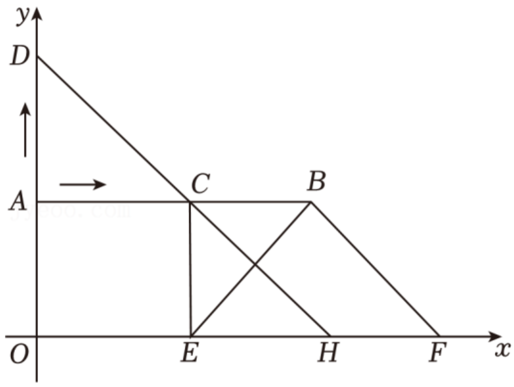
故答案为：$\sqrt{3}$.



【点评】此题重点考查轴对称－最短路线问题、垂线段最短、直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半等知识，正确地作出辅助线是解题的关键.

16.（3 分）如图，在平面直角坐标系中，已知点 A，B 的坐标分别为（0，3），（6，3），点 C 从点 A 出发沿 AB 以 1 个单位每秒的速度向终点 B 匀速运动（不与点 B 重合），同时，点 D 从点 A 出发以相同的速度沿 y 轴正半轴匀速运动，两个点的运动时间为 t 秒（$t>0$）. 过点 C 作 $CE\perp x$ 轴，垂足为 E，连接 BE，在 x 轴上找一点 F（点 F 在点 E 右侧）使 $BF=BE$. 连接 DC 并延长交 x 轴于点 H，若点 H 始终在点 F 的左

侧，则 t 的取值范围是 $\underline{\quad 0<t<\frac{9}{2}\quad}$.



【考点】坐标与图形性质.

【专题】应用题；应用意识.

【答案】$0<t<\frac{9}{2}$，过程见解析.

【分析】依题意，结合已知先用待定系数法求得直线 CD 解析式，进一步求得点 H 的坐标，分析可得解.

【解答】解：由题可知，点 C（t，3），D（0，$3+t$），且 $0<t<6$，

则 E（t，0），

$\because BE=BF$，

$\therefore F$（$12-t$，0），

现求直线 DC 解析式：

把点 C（t，3），D（0，$3+t$）代入 $y=kx+b$，

可得：$\begin{cases}kt+b=3\\0+b=3+t\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=-1\\b=3+t\end{cases}$，

$\therefore$直线 DC 解析式为：$y=-x+3+t$，

当 $y=0$ 时，$x=t+3$，

即点 H（$t+3$，0），点 H 在 F 左侧，

故 $t+3<12-t$，

$\therefore t<\frac{9}{2}$，且 $0<t<6$，

综上：$0<t<\frac{9}{2}$.

【点评】本题考查了一次函数的应用，做题的关键时待定系数法求解析式.

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分，把解答过程写在答题卡相应的位置上，解答时应写出必要的计

算过程、推演步骤或文字说明。

17.（5 分）计算：$(2-\sqrt{2})^0+\sqrt{16}+\sqrt[3]{-8}$.

【考点】实数的运算；零指数幂.

【专题】实数；运算能力.

【答案】3.

【分析】根据零指数幂的性质、算术平方根和立方根的定义，先算乘方和开方，再算加减即可.

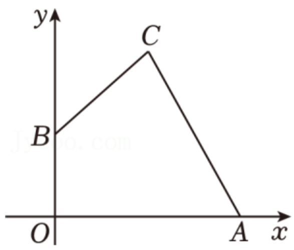
【解答】解：原式＝1+4+（﹣2）

＝5+（﹣2）

＝3.

【点评】本题主要考查了实数的运算，解题关键是熟练掌握零指数幂的性质、算术平方根和立方根的定义.

18.（5 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A 坐标为（3，0），点 B 坐标为（0，2），点 C 坐标为（2，4），求四边形 $OACB$ 的面积.



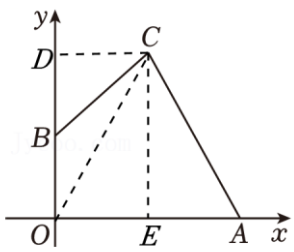
【考点】三角形的面积；坐标与图形性质.

【专题】平面直角坐标系；三角形；推理能力.

【答案】8.

【分析】过点 C 作 $CD\perp y$ 轴于点 D，作 $CE\perp x$ 轴于点 E，连接 OC，分别求出△OBC 和△OAC 的面积即可得出四边形 $OACB$ 的面积.

【解答】解：过点 C 作 $CD\perp y$ 轴于点 D，作 $CE\perp x$ 轴于点 E，连接 OC，



∵点 C 坐标为（2，4），

∴$CD=2$，$CE=4$，

∵点 A 坐标为（3，0），点 B 坐标为（0，2），

∴$OA=3$，$OB=2$，

∴$S_{四边形OACB}=S_{\triangle OBC}+S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}OB\cdot CD+\frac{1}{2}OA\cdot CE=\frac{1}{2}\times 2\times 2+\frac{1}{2}\times 3\times 4=2+6=8$.

【点评】本题考查了三角形的面积，坐标与图形性质，求出△*OBC* 和△*OAC* 的面积是解题的关键.

19.（6 分）已知 $5x-1$ 的算术平方根为 2，$x+3y+4$ 的立方根是 -1，求 $x-4y$ 的平方根.

【考点】立方根；平方根；算术平方根.

【答案】±3.

【分析】根据算术平方根的定义求出 x 的值，根据立方根的定义求出 y 的值，再代入 $x-4y$ 中计算，最后根据平方根的定义求解即可.

【解答】解：∵$5x-1$ 的算术平方根为 2，

∴$5x-1=4$，

∴$x=1$，

∵$x+3y+4$ 的立方根是 -1，

∴$x+3y+4=-1$，

∴$y=-2$，

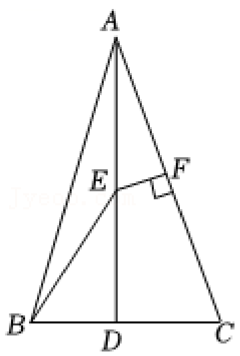
∴$x-4y=1-4\times(-2)=9$，

∵9 的平方根是±3，

∴$x-4y$ 的平方根是±3.

【点评】本题考查了立方根、算术平方根、平方根，熟记这几个定义是解题的关键.

20.（6 分）如图，在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，点 *D* 是 *BC* 边上中点，*AC* 的垂直平分线交 *AD* 于点 *E*，交 *AC* 于点 *F*，连接 *BE*．求证：*AE*＝*BE*.



【考点】线段垂直平分线的性质.

【专题】等腰三角形与直角三角形；推理能力.

【答案】证明见解析.

【分析】连接 EC，根据等腰三角形的性质得到 $AD\perp BC$，再根据线段垂直平分线的性质证明即可．

【解答】证明：如图，连接 EC，

∵$AB=AC$，点 D 是 BC 边上中点，

∴$AD\perp BC$，

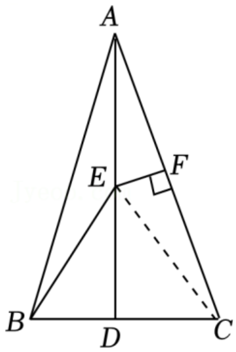
∵点 D 是 BC 边上中点，

∴$EB=EC$，

∵EF 是 AC 的垂直平分线，

∴$EA=EC$，

∴$AE=BE$．



【点评】本题考查等腰三角形的性质、线段垂直平分线的性质，熟练掌握等腰三角形的三线合一、线段垂直平分线上的点到线段两端点的距离相等是解题的关键．

21．（6 分）弦图（图 1），在三国时期被赵爽发明，是证明勾股定理几何方法中最为重要的一种图形．2002 年国际数学家大会在北京召开，大会的会标是我国古代数学家赵爽画的“弦图”，体现了数学研究中的继承和发展．在学习了勾股定理后，小亮同学受此启发，探究后发现，若将 4 个直角边长为 a、b，斜边长为 c 的直角三角形（图 2 中涂色部分）拼成如图所示的五边形．通过两种方法计算它的面积可以验证勾股定理．请利用图 2 完成勾股定理的验证．

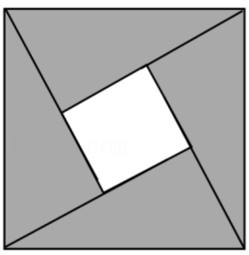


图1

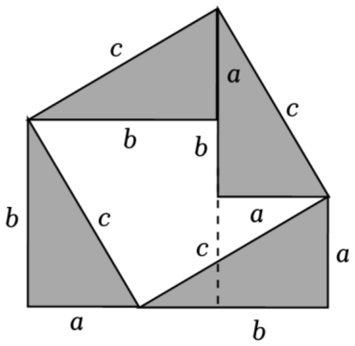


图2

【考点】勾股定理的证明．

【专题】等腰三角形与直角三角形；推理能力．

【答案】见解析．

【分析】五边形的面积＝边长为 c 的正方形面积+2 个全等的直角边分别为 a，b 的直角三角形的面积，或五边形的面积＝边长为 a 的正方形面积+边长为 b 的正方形面积+2 个全等的直角边分别为 a，b 的直角三角形的面积，依此列式计算即可求解．

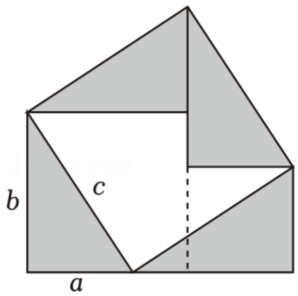
【解答】解：如图所示：

①五边形的面积 $S=c^2+\frac{1}{2}ab\times 2=c^2+ab$，

②五边形的面积 $S=a^2+b^2+ab\times 2=a^2+b^2+ab$．

$\therefore c^2+ab=a^2+b^2+ab$．

$\therefore a^2+b^2=c^2$．



【点评】本题考查勾股定理的证明，解题关键是利用三角形和正方形边长的关系进行组合图形．

22．（8 分）已知，在平面直角坐标系中，点 A 在第二象限，且到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 3．

（1）点 A 坐标为 ＿（﹣3，2）＿；

（2）点 B 与点 A 关于 y 轴对称，连接 AB，点 C 在直线 AB 上方且点 C 坐标为（2，m），若△ABC 的面积为 12，求 m 的值．

【考点】关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标；三角形的面积．

【专题】平移、旋转与对称；运算能力．

【答案】(1)（﹣3，2)．

（2）6．

【分析】(1）根据第二象限内点的横坐标是负数，纵坐标是正数，点到 x 轴的距离等于纵坐标的绝对值，到 y 轴的距离等于横坐标的绝对值解答；

（2）根据三角形的面积公式计算即可．

【解答】解：(1）∵点 A 在第二象限，且到 x 轴的距离为 2，到 y 轴的距离为 3，

∴点 A 的横坐标是﹣3，纵坐标是 2，

∴点 A 的坐标为（﹣3，2）；

故答案为：（﹣3，2）；

（2）∵点 B 与点 A 关于 y 轴对称，

∴点 B 坐标为（3，2），

∴$AB=6$，

∵△ABC 的面积为 12，

∴点 C 到直线 AB 的距离为 $12\times2\div6=4$，

∵点 C 在直线 AB 上方且点 C 坐标为（2，m），

∴$m=2+4=6$．

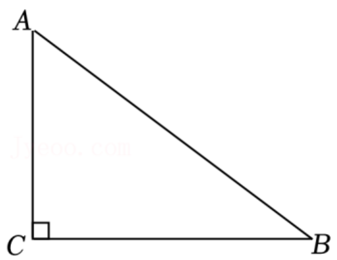
【点评】本题考查了关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标，三角形的面积，熟练掌握关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标特征和三角形的面积公式是解题的关键．

23．（8 分）如图，在△ABC 中，∠$ACB=90°$．

（1）尺规作图：在△ABC 的 BC 边上找到点 D，使得点 D 到 AB 的距离等于 CD；

（请用圆规和无刻度直尺作图，不写作法，保留作图痕迹）；

（2）若 $AC=3$，$BC=4$，求 CD 的长．



【考点】作图—复杂作图；点到直线的距离；角平分线的性质．

【专题】尺规作图；几何直观．

【答案】（1）见解答．

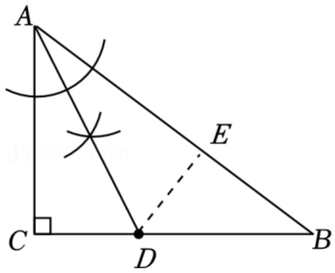
（2）$\frac{3}{2}$．

【分析】（1）结合角平分线的性质、点到直线的距离的定义，作∠BAC 的平分线，交 BC 于点 D，则点 D 即为所求．

（2）过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，由（1）可得，$DE=CD$，证明 Rt△ACD≌Rt△AED，可得 $AE=AC=3$．由勾股定理 $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，则 $BE=AB-AE=2$．设 $CD=x$，则 $DE=x$，$BD=4-x$．在 Rt△BDE 中，由勾股定理得，$BD^2=BE^2+DE^2$，代入求出 x 的值即可．

【解答】解：（1）如图，作∠BAC 的平分线，交 BC 于点 D，

则点 D 即为所求.



（2）过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，

由（1）可得，$DE=CD$.

∵$AD=AD$，

∴$Rt\triangle ACD\cong Rt\triangle AED$（$HL$），

∴$AE=AC=3$.

在 $Rt\triangle ABC$ 中，由勾股定理得，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=5$，

∴$BE=AB-AE=2$.

设 $CD=x$，则 $DE=x$，$BD=4-x$.

在 $Rt\triangle BDE$ 中，由勾股定理得，$BD^2=BE^2+DE^2$，

即 $(4-x)^2=2^2+x^2$，

解得 $x=\frac{3}{2}$.

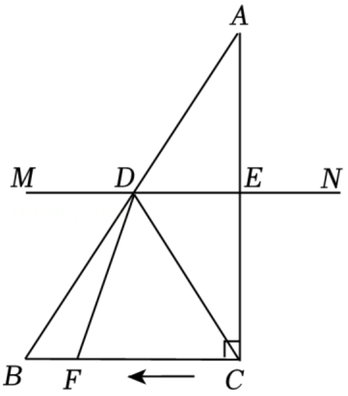
∴CD 的长为$\frac{3}{2}$.

【点评】本题考查作图—复杂作图、角平分线的性质、点到直线的距离，熟练掌握角平分线的性质、点到直线的距离的定义是解答本题的关键.

24.（8 分）如图，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$BC=6$，$AC=8$，连接 DC.

（1）$AB=$ __10__；

（2）已知，直线 MN 垂直平分 AC 分别交 AB，AC 于点 D，点 E，若点 F 从点 C 出发沿 CB 以每秒 2 个单位长度的速度向终点 B 匀速运动，设运动时间为 t 秒．连接 DC，DF，在点 F 运动过程中，△DCF 能否为以 CF 为腰的等腰三角形？若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由.



【考点】勾股定理；线段垂直平分线的性质；等腰三角形的判定．

【专题】线段、角、相交线与平行线；等腰三角形与直角三角形；推理能力．

【答案】（1）10；

（2）t 的值为$\frac{5}{2}$或$\frac{25}{12}$．

【分析】（1）根据勾股定理即可得到结论；

（2）在点 F 运动过程中，△DCF 能否为以 CF 为腰的等腰三角形．由题意得 $CF=2t$，根据线段垂直平分线的性质得到 $DA=DC$，求得∠DCA=∠A，得到 $BD=DC=AD=\frac{1}{2}AB=5$，①当 $CF=CD$ 时，$2t=5$，解得 $t=\frac{5}{2}$；②当 $CF=DF=2t$ 时，过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，则四边形 $DHCF$ 是矩形，根据勾股定理得到 $CH=\sqrt{CD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，则 $FH=2t-3$，求得 $t=\frac{25}{12}$．

【解答】解：（1）在 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，$BC=6$，$AC=8$，

$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$．

故答案为：10；

（2）在点 F 运动过程中，△DCF 能否为以 CF 为腰的等腰三角形．

由题意得 $CF=2t$，

∵直线 MN 垂直平分 AC，

∴$DA=DC$，

∴∠DCA=∠A，

∵∠ACB=90°，

∴∠A+∠B=90°，∠BCD+∠DCA=90°，

∴∠B=∠BCD，

∴$BD=DC$，

$\therefore BD=DC=AD=\frac{1}{2}AB=5$，

①当 $CF=CD$ 时，$2t=5$，

解得 $t=\frac{5}{2}$；

②当 $CF=DF=2t$ 时，

过点 D 作 $DH\perp BC$ 于 H，则四边形 $DHCF$ 是矩形，

$\therefore DH=CE=\frac{1}{2}AC=4$，

在 Rt△CDH 中，$CH=\sqrt{CD^2-DH^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

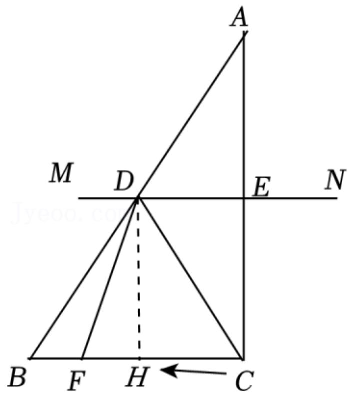
则 $FH=2t-3$，

在 Rt△CDH 中，$DF^2=FH^2+DH^2$，

$\therefore (2t)^2=(2t-3)^2+4^2$，

解得 $t=\frac{25}{12}$；

综上所述：t 的值为$\frac{5}{2}$或$\frac{25}{12}$.



【点评】本题考查了勾股定理，矩形的判定和性质，等腰三角形的判断，线段垂直平分线的性质，熟练掌握勾股定理是解题的关键.

25.（10 分）若直角三角形的三边的长都是正整数，则三边的长为“勾股数”. 构造勾股数，就是要寻找 3 个正整数，使它们满足“其中两个数的平方和（或平方差）等于第三个数的平方”，即满足以下关系：

$(\quad)^2+(\quad)^2=(\quad)^2$；①

或

$(\quad)^2-(\quad)^2=(\quad)^2$；②

要满足以上①、②的关系，可以从乘法公式入手，我们知道：

$(x+y)^2-(x-y)^2=4xy$. ③

如果等式③的右边也能写成“（　　）^{2}”的形式，那么它就符合②的关系．

因此，只要设 $x=m^2$，$y=1$，③式就可化成：$(m^2+1)^2-(m^2-1)^2=(2m)^2$．于是，当 m 为大于 1 的正整数时，“m^2+1，m^2-1 和 $2m$”就是勾股数，根据勾股数的这种关系式，就可以找出勾股数．

（1）当 $m=4$ 时，该组勾股数是 <u>17，15，8</u>；

（2）若一组勾股数中最大的数与最小的数的和为 16，求 m 的值；

（3）若一组勾股数中最大数是 $a^2+6a+10$（a 是任意正整数），则另外两个数分别为 <u>a^2+6a+9</u>，<u>$2a+6$</u>．（分别用含 a 的代数式表示）．

【考点】平方差公式；勾股数；完全平方公式．

【专题】整式；运算能力．

【答案】（1）17，15，8；

（2）3；

（3）a^2+6a+9，$2a+6$．

【分析】（1）当 $m=4$ 分别代入 m^2+1，m^2-1，$2m$ 之中求值，进而可得出则组勾股数；

（2）根据 $m^2+1>m^2-1>2m$，这组勾股数中最大的数与最小的数的和为 16，得 $m^2+1+2m=16$，由此解出 m 即可；

（3）根据 $a^2+6a+10=(a+3)^2+1$，即这组勾股数中最大数是 $a^2+6a+10$（a 是任意正整数），即可得出另外两个数勾股数．

【解答】解：（1）当 $m=4$ 时，

$m^2+1=17$，$m^2-1=15$，$2m=8$，

∴该组勾股数是 17，15，8，

故答案为：17，15，8；

（2）∵$m^2+1>m^2-1>2m$，

∴这组勾股数中最大的数与最小的数的和为 16 时，$m^2+1+2m=16$，

∴$(m+1)^2=16$，

∵m 为大于 1 的正整数，

∴$m+1=4$，

解得：$m=3$；

（3）∵$a^2+6a+10=(a+3)^2+1$，

∴当一组勾股数中最大数是 $a^2+6a+10$（a 是任意正整数）时，

∴另外两个数分别为：$(a+3)^2=a^2+6a+9$，$2(a+3)=2a+6$，

故答案为：a^2+6a+9，$2a+6$．

【点评】此题主要考查了平方差公式，完全平方公式，勾股数，熟练掌握平方差公式，完全平方公式的结构特征是解决问题的关键．

26．（10分）【问题回顾】我们知道：有两个角相等的三角形是等腰三角形（简称“等角对等边”）．

其证明方法：如图1，在△*ABC*中，∠*B*＝∠*C*，作顶角∠*BAC*的平分线*AD*，交*BC*边于点*D*，利用“*AAS*”可以证明△*ABD*≌△*ACD*，可得*AB*＝*AC*．其本质是利用了图形的轴对称性．

【类比探究】某数学兴趣小组在三角形“等角对等边”定理的基础上，提出猜想：在三角形中，大的内角所对的边也大，即“大角对大边”．转化成数学符号语言为：

（1）已知：在△*ABC*中，∠*ACB*＞∠*B*．求证：*AB*＞*AC*．

数学兴趣小组学生发现，该命题也可利用轴对称证明．作*BC*的垂直平分线，交*AB*于点*D*，交*BC*于点*E*，连接*DC*（如图2），请你帮助数学兴趣小组完成证明．

【知识应用】

请利用在三角形中，大的内角所对的边也大，即“大角对大边”这一结论完成下列问题：

（2）已知，△*ABC*中，*AC*＝3，*BC*＝5，且∠*C*＞∠*A*＞∠*B*，则*AB*边的取值范围为 <u>5＜*AB*＜8</u>；

（3）已知，如图3，在△*ABC*中，*AD*平分∠*BAC*，点*E*为*AC*边上任意一点（不与点*A*，点*C*重合），连接*BE*交*AD*于点*F*．求证：*BF*＞*FE*．

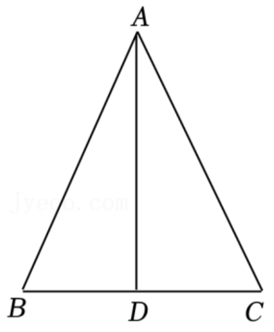


图1

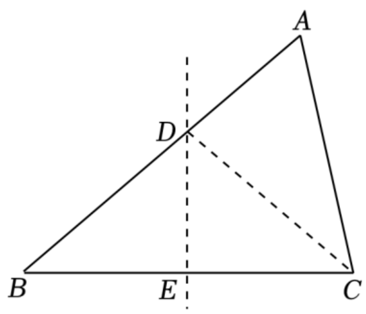


图2

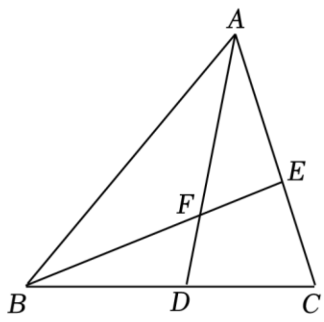


图3

【考点】三角形综合题．

【专题】三角形；推理能力．

【答案】（1）证明见解析；

（2）5＜*AB*＜8；

（3）证明见解析．

【分析】（1）由三角形三边关系可得出结论；

（2）由三角形三边关系可得出 $2<AB<8$，证出 $AB>5>3$，则可得出结论；

（3）在 AB 上截取 $AM=AE$，连接 MF，证明△MAF≌△EAF（SAS），得出 $MF=EF$，$\angle AMF=\angle AEF$，证出 $\angle BMF>\angle ABE$，则可得出结论．

【解答】（1）证明：∵DE 是 BC 的垂直平分线，

∴$BD=CD$，

在△ACD 中，$AD+CD>AC$，

∴$AD+BD>AC$，

∴$AB>AC$；

（2）解：∵$AC=3$，$BC=5$，

∴$2<AB<8$，

∵$\angle C>\angle A>\angle B$，

∴$AB>BC>AC$，

∴$AB>5>3$，

∴$5<AB<8$，

故答案为：$5<AB<8$；

（3）证明：在 AB 上截取 $AM=AE$，连接 MF，

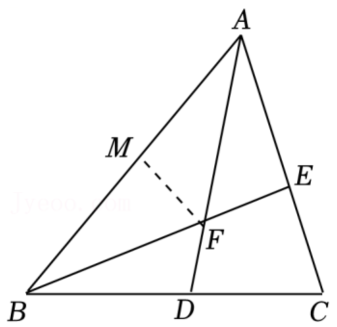


图3

∵AD 平分 $\angle BAC$，

∴$\angle MAF=\angle EAF$，

又∵$AF=AF$，

∴△MAF≌△EAF（SAS），

∴$MF=EF$，$\angle AMF=\angle AEF$，

∴$\angle BMF=\angle BEC$，

∵$\angle BEC>\angle ABE$，

∴∠BMF>∠ABE，

∴BF>MF，

∴BF>EF．

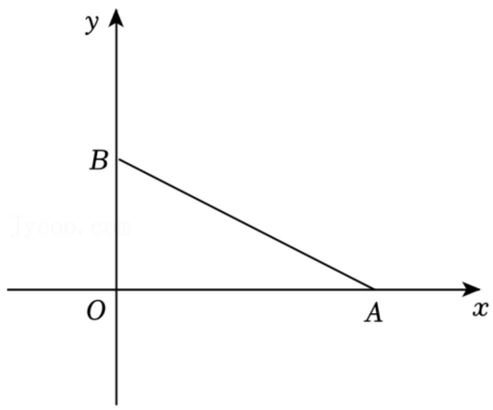
【点评】本题是三角形综合题，考查了全等三角形的判定和性质，三角形三边关系，线段垂直平分线的性质等知识，灵活运用这些性质解决问题是解题的关键．

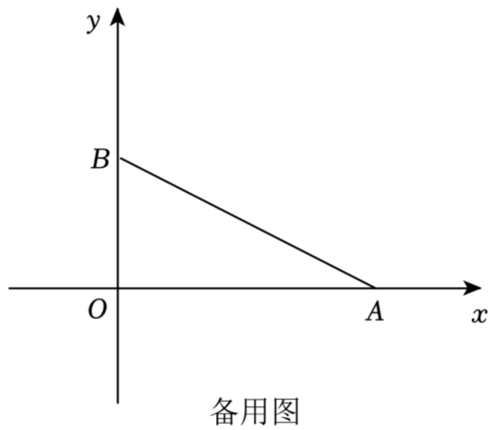
27．（10 分）如图，在平面直角坐标系中，点 A，点 B 分别为 x 轴正半轴和 y 轴正半轴上两点．以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，使点 C 在直线 AB 下方．

（1）若点 A 坐标为（6，0），点 B 坐标为（0，2），则点 C 的坐标为 ___（2，－2）___；

（2）若 $OA-OB=8$，求出点 C 的坐标；

（3）若 $AB=4$，△AOB 面积为 3，求出点 C 的坐标．





备用图

【考点】三角形综合题．

【专题】图形的全等；等腰三角形与直角三角形；运算能力；推理能力．

【答案】(1)（2，－2)；

（2)（4，－4)；

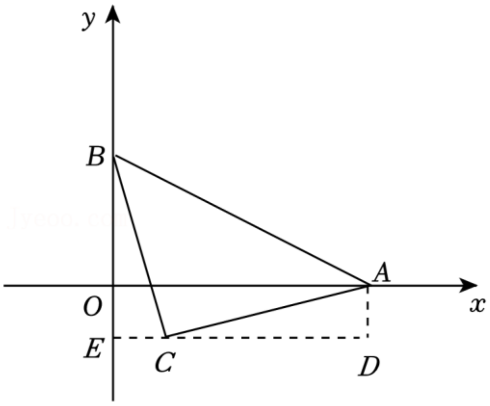
（3)（1，－1）或（－1，1)．

【分析】(1）过点 C 作 AE⊥y 轴于点 E，过点 A 作 AD⊥CE 于点 D，证明△DCA≌△EAB（AAS），得出 $CD=BE$，$AD=CE$．求出 $OE=CE=AD=2$，则可得出答案；

（2）过点 C 作 AE⊥y 轴于点 E，过点 A 作 AD⊥CE 于点 D，同（1）可知△DCA≌△EBC（AAS），得出 $CD=BE$，$AD=CE$．求出 $AD=CE=OE=4$，则可得出答案；

（3）先求出 OA，OB 的长，由“AAS”可证△AGC≌△BHC，可得 $AG=BH$，$CH=GC$，即可求解．

【解答】解：（1）过点 C 作 AE⊥y 轴于点 E，过点 A 作 AD⊥CE 于点 D，



∵A 坐标为（6，0），点 B 坐标为（0，2），

∴$OA=6$，$OB=2$，

∵以 AB 为斜边作等腰直角三角形 ABC，

∴$\angle ACB=90^\circ$，$AC=BC$，

∴$\angle ACD+\angle BCE=90^\circ$，

又∵$\angle DAC+\angle DCA=90^\circ$，

∴$\angle BCE=\angle DAC$，

在$\triangle DCA$ 和$\triangle EBC$ 中，

$$\begin{cases}\angle ADC=\angle BEC\\ \angle DAC=\angle BCE,\\ AC=BC\end{cases}$$

∴$\triangle DCA\cong\triangle EAB$（$AAS$），

∴$CD=BE$，$AD=CE$.

∴$CE+CD=AD+BE=6$，$BE-OE=BE-AD=2$，

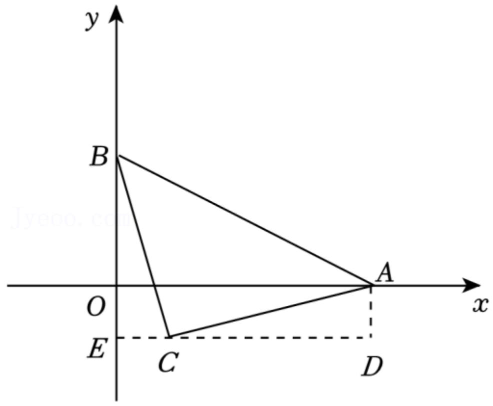
∴$AD=2$，$BE=4$，

∴$CE=OE=2$，

∴C（2，-2）

故答案为：（2，-2）；

（2）如图所示，过点 C 作 $AE\perp y$ 轴于点 E，过点 A 作 $AD\perp CE$ 于点 D，



同（1）可知△DCA≌△EBC（AAS），

∴$CD=BE$，$AD=CE$.

设 $AD=CE=x=EO$，$CD=BE=y$.

∴$CD+CE=OA$，$CD-OE=BE-OE=OB$，

即$\begin{cases}y+x=OA\\y-x=OB\end{cases}$，解得：$\begin{cases}x=\dfrac{OA-OB}{2}\\y=\dfrac{OA+OB}{2}\end{cases}$，

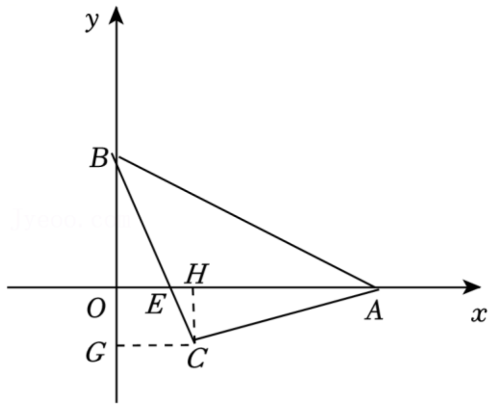
∵$OA-OB=8$，

∴$AD=CE=OE=4$，

又点 C 在第四象限，

故点 C 的坐标为（4，－4）；

（3）如图，设 AC 与 OB 交于点 E，过点 C 作 $CH\perp OB$ 于 H，$CG\perp x$ 轴于 G，



∴四边形 $OGCH$ 是矩形，

∴$OG=CH$，$OH=GC$，

∵$AB=4$，△AOB 的面积为 3，

∴$OA^2+OB^2=16$，$\frac{1}{2}\times OA\times OB=3$，

∴$OA+OB=2\sqrt{7}$，$OB-OA=2$ 或 $OB-OA=-2$，

当 $OA+OB=2\sqrt{7}$，$OB-OA=2$ 时，

∴$OB=\sqrt{7}+1$，$OA=\sqrt{7}-1$，

∵$\angle AEO=\angle BEC$，$\angle AOB=\angle ACB=90°$，

∴$\angle OAE=\angle EBC$，

在△AGC 和△BHC 中，

$$\begin{cases}\angle OAE=\angle EBC\\ \angle AGC=\angle BHC,\\ AC=BC\end{cases}$$

∴△AGC≌△BHC（AAS），

∴$AG=BH$，$CH=GC$，

∴$\sqrt{7}-1+OG=\sqrt{7}+1-OH$，$CH=CG=OH=OG$，

∴$OG=OH=1=CH=CG$，

∴点 C（1，-1），

当 $OA+OB=2\sqrt{7}$，$OB-OA=-2$ 时，

同理可求点 C（-1，1），

∴C 点坐标为（1，-1）或（-1，1）.

【点评】本题是三角形综合题，考查了坐标与图形的性质，等腰直角三角形的性质，一线三垂直模型的构造，全等三角形的判定和性质，熟练掌握全等三角形的判定和性质是解题的关键.

考点卡片

1．平方根

（1）定义：如果一个数的平方等于 a，这个数就叫做 a 的平方根，也叫做 a 的二次方根．

一个正数有两个平方根，这两个平方根互为相反数，零的平方根是零，负数没有平方根．

（2）求一个数 a 的平方根的运算，叫做开平方．

一个正数 a 的正的平方根表示为“$\sqrt{a}$”，负的平方根表示为“$-\sqrt{a}$”．

正数 a 的正的平方根，叫做 a 的算术平方根，记作$\sqrt{a}$．零的算术平方根仍旧是零．

平方根和立方根的性质

1．平方根的性质：正数 a 有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根．

2．立方根的性质：一个数的立方根只有一个，正数的立方根是正数，负数的立方根是负数，0 的立方根是 0．

2．算术平方根

（1）算术平方根的概念：一般地，如果一个正数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，那么这个正数 x 叫做 a 的算术平方根．记为$\sqrt{a}$．

（2）非负数 a 的算术平方根 a 有双重非负性：①被开方数 a 是非负数；②算术平方根 a 本身是非负数．

（3）求一个非负数的算术平方根与求一个数的平方互为逆运算，在求一个非负数的算术平方根时，可以借助乘方运算来寻找．

3．立方根

（1）定义：如果一个数的立方等于 a，那么这个数叫做 a 的立方根或三次方根．这就是说，如果 $x^3=a$，那么 x 叫做 a 的立方根．记作：$\sqrt[3]{a}$．

（2）正数的立方根是正数，0 的立方根是 0，负数的立方根是负数．即任意数都有立方根．

（3）求一个数 a 的立方根的运算叫开立方，其中 a 叫做被开方数．

注意：符号 $\sqrt[3]{a}$ 中的根指数“3”不能省略；对于立方根，被开方数没有限制，正数、零、负数都有唯一一个立方根．

【规律方法】平方根和立方根的性质

1．平方根的性质：正数 a 有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根．

2．立方根的性质：一个数的立方根只有一个，正数的立方根是正数，负数的立方根是负数，0 的立方根是 0．

4．无理数

（1）、定义：无限不循环小数叫做无理数．

说明：无理数是实数中不能精确地表示为两个整数之比的数，即无限不循环小数．如圆周率、2 的平方根等．

（2）、无理数与有理数的区别：

①把有理数和无理数都写成小数形式时，有理数能写成有限小数和无限循环小数，

比如 4＝4.0，$\frac{1}{3}$＝0.33333…而无理数只能写成无限不循环小数，比如$\sqrt{2}$＝1.414213562．

②所有的有理数都可以写成两个整数之比；而无理数不能．

（3）学习要求：会判断无理数，了解它的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有 π 的数，如分数$\frac{\pi}{2}$是无理数，因为 π 是无理数．

无理数常见的三种类型

（1）开不尽的方根，如$\sqrt{2}$，$\sqrt{3}$，$\sqrt[3]{5}$等．

（2）特定结构的无限不循环小数，

如 0.303 003 000 300 003…（两个 3 之间依次多一个 0）．

（3）含有 π 的绝大部分数，如 2π．

注意：判断一个数是否为无理数，不能只看形式，要看化简结果．如$\sqrt{16}$是有理数，而不是无理数．

5．估算无理数的大小

估算无理数大小要用逼近法．

思维方法：用有理数逼近无理数，求无理数的近似值．

6．实数的运算

（1）实数的运算和在有理数范围内一样，值得一提的是，实数既可以进行加、减、乘、除、乘方运算，又可以进行开方运算，其中正实数可以开平方．

（2）在进行实数运算时，和有理数运算一样，要从高级到低级，即先算乘方、开方，再算乘除，最后算加减，有括号的要先算括号里面的，同级运算要按照从左到右的顺序进行．

另外，有理数的运算律在实数范围内仍然适用．

【规律方法】实数运算的“三个关键”

1．运算法则：乘方和开方运算、幂的运算、指数（特别是负整数指数，0 指数）运算、根式运算、特殊三

角函数值的计算以及绝对值的化简等.

2. 运算顺序：先乘方，再乘除，后加减，有括号的先算括号里面的，在同一级运算中要从左到右依次运算，无论何种运算，都要注意先定符号后运算.

3．运算律的使用：使用运算律可以简化运算，提高运算速度和准确度.

7．完全平方公式

（1）完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$.

可巧记为："首平方，末平方，首末两倍中间放".

（2）完全平方公式有以下几个特征：①左边是两个数的和的平方；②右边是一个三项式，其中首末两项分别是两项的平方，都为正，中间一项是两项积的 2 倍；其符号与左边的运算符号相同.

（3）应用完全平方公式时，要注意：①公式中的 a，b 可是单项式，也可以是多项式；②对形如两数和（或差）的平方的计算，都可以用这个公式；③对于三项的可以把其中的两项看做一项后，也可以用完全平方公式.

8．平方差公式

（1）平方差公式：两个数的和与这两个数的差相乘，等于这两个数的平方差.

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

（2）应用平方差公式计算时，应注意以下几个问题：

①左边是两个二项式相乘，并且这两个二项式中有一项完全相同，另一项互为相反数；

②右边是相同项的平方减去相反项的平方；

③公式中的 a 和 b 可以是具体数，也可以是单项式或多项式；

④对形如两数和与这两数差相乘的算式，都可以运用这个公式计算，且会比用多项式乘以多项式法则简便.

9．零指数幂

零指数幂：$a^0=1$（$a\neq 0$）

由 $a^m\div a^m=1$，$a^m\div a^m=a^{m-m}=a^0$ 可推出 $a^0=1$（$a\neq 0$）

注意：$0^0\neq 1$.

10．二次根式的性质与化简

（1）二次根式的基本性质：

①$\sqrt{a}\geqslant 0$； $a\geqslant 0$（双重非负性）.

②$(\sqrt{a})^2=a$ （$a\geqslant 0$）（任何一个非负数都可以写成一个数的平方的形式）.

③$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a>0) \\ 0 & (a=0) \\ -a & (a<0) \end{cases}$ （算术平方根的意义）

（2）二次根式的化简：

①利用二次根式的基本性质进行化简；

②利用积的算术平方根的性质和商的算术平方根的性质进行化简.

$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$（$a\geqslant0$，$b\geqslant0$）$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$（$a\geqslant0$，$b>0$）

（3）化简二次根式的步骤：①把被开方数分解因式；②利用积的算术平方根的性质，把被开方数中能开得尽方的因数（或因式）都开出来；③化简后的二次根式中的被开方数中每一个因数（或因式）的指数都小于根指数 2.

【规律方法】二次根式的化简求值的常见题型及方法

1．常见题型：与分式的化简求值相结合.

2．解题方法：

（1）化简分式：按照分式的运算法则，将所给的分式进行化简.

（2）代入求值：将含有二次根式的值代入，求出结果.

（3）检验结果：所得结果为最简二次根式或整式.

11．解一元一次不等式组

（1）一元一次不等式组的解集：几个一元一次不等式的解集的公共部分，叫做由它们所组成的不等式组的解集.

（2）解不等式组：求不等式组的解集的过程叫解不等式组.

（3）一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，利用数轴可以直观地表示不等式组的解集.

方法与步骤：①求不等式组中每个不等式的解集；②利用数轴求公共部分.

解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

12．点的坐标

（1）我们把有顺序的两个数 a 和 b 组成的数对，叫做有序数对，记作（a，b）.

（2）平面直角坐标系的相关概念

①建立平面直角坐标系的方法：在同一平面内画；两条有公共原点且垂直的数轴.

②各部分名称：水平数轴叫 x 轴（横轴），竖直数轴叫 y 轴（纵轴），x 轴一般取向右为正方向，y 轴一般取

象上为正方向，两轴交点叫坐标系的原点．它既属于 x 轴，又属于 y 轴．

（3）坐标平面的划分

建立了坐标系的平面叫做坐标平面，两轴把此平面分成四部分，分别叫第一象限，第二象限，第三象限，第四象限．坐标轴上的点不属于任何一个象限．

（4）坐标平面内的点与有序实数对是一一对应的关系．

13．坐标与图形性质

1、点到坐标轴的距离与这个点的坐标是有区别的，表现在两个方面：①到 x 轴的距离与纵坐标有关，到 y 轴的距离与横坐标有关；②距离都是非负数，而坐标可以是负数，在由距离求坐标时，需要加上恰当的符号．

2、有图形中一些点的坐标求面积时，过已知点向坐标轴作垂线，然后求出相关的线段长，是解决这类问题的基本方法和规律．

3、若坐标系内的四边形是非规则四边形，通常用平行于坐标轴的辅助线用“割、补”法去解决问题．

14．一次函数的应用

1、分段函数问题

分段函数是在不同区间有不同对应方式的函数，要特别注意自变量取值范围的划分，既要科学合理，又要符合实际．

2、函数的多变量问题

解决含有多变量问题时，可以分析这些变量的关系，选取其中一个变量作为自变量，然后根据问题的条件寻求可以反映实际问题的函数．

3、概括整合

（1）简单的一次函数问题：①建立函数模型的方法；②分段函数思想的应用．

（2）理清题意是采用分段函数解决问题的关键．

15．点到直线的距离

（1）点到直线的距离：直线外一点到直线的垂线段的长度，叫做点到直线的距离．

（2）点到直线的距离是一个长度，而不是一个图形，也就是垂线段的长度，而不是垂线段．它只能量出或求出，而不能说画出，画出的是垂线段这个图形．

16．三角形的面积

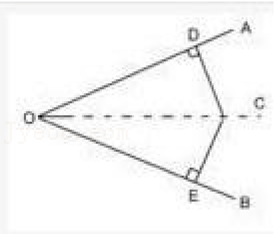
（1）三角形的面积等于底边长与高线乘积的一半，即 $S_{\triangle}=\frac{1}{2}\times$底$\times$高．

（2）三角形的中线将三角形分成面积相等的两部分．

17．角平分线的性质

角平分线的性质：角的平分线上的点到角的两边的距离相等．

注意：①这里的距离是指点到角的两边垂线段的长；②该性质可以独立作为证明两条线段相等的依据，有时不必证明全等；③使用该结论的前提条件是图中有角平分线，有垂直角平分线的性质语言：如图，∵C在$\angle AOB$的平分线上，$CD\perp OA$，$CE\perp OB$∴$CD=CE$



18．线段垂直平分线的性质

（1）定义：经过某一条线段的中点，并且垂直于这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线（中垂线）垂直平分线，简称“中垂线”．

（2）性质：①垂直平分线垂直且平分其所在线段．____　②垂直平分线上任意一点，到线段两端点的距离相等．____　③三角形三条边的垂直平分线相交于一点，该点叫外心，并且这一点到三个顶点的距离相等．

19．等腰三角形的性质

（1）等腰三角形的概念

有两条边相等的三角形叫做等腰三角形．

（2）等腰三角形的性质

①等腰三角形的两腰相等

②等腰三角形的两个底角相等．【简称：等边对等角】

③等腰三角形的顶角平分线、底边上的中线、底边上的高相互重合．【三线合一】

（3）在①等腰；②底边上的高；③底边上的中线；④顶角平分线．以上四个元素中，从中任意取出两个元素当成条件，就可以得到另外两个元素为结论．

20．等腰三角形的判定

判定定理：如果一个三角形有两个角相等，那么这两个角所对的边也相等．【简称：等角对等边】

说明：①等腰三角形是一个轴对称图形，它的定义既作为性质，又可作为判定办法．

②等腰三角形的判定和性质互逆；

③在判定定理的证明中，可以作未来底边的高线也可以作未来顶角的角平分线，但不能作未来底边的中线；

④判定定理在同一个三角形中才能适用．

21．勾股定理

（1）勾股定理：在任何一个直角三角形中，两条直角边长的平方之和一定等于斜边长的平方．

如果直角三角形的两条直角边长分别是 a，b，斜边长为 c，那么 $a^2+b^2=c^2$．

（2）勾股定理应用的前提条件是在直角三角形中．

（3）勾股定理公式 $a^2+b^2=c^2$ 的变形有：$a=\sqrt{c^2-b^2}$，$b=\sqrt{c^2-a^2}$及 $c=\sqrt{a^2+b^2}$．

（4）由于 $a^2+b^2=c^2>a^2$，所以 $c>a$，同理 $c>b$，即直角三角形的斜边大于该直角三角形中的每一条直角边．

22．勾股定理的证明

（1）勾股定理的证明方法有很多种，教材是采用了拼图的方法证明的．先利用拼图的方法，然后再利用面积相等证明勾股定理．

（2）证明勾股定理时，用几个全等的直角三角形拼成一个规则的图形，然后利用大图形的面积等于几个小图形的面积和化简整理得到勾股定理．

23．勾股定理的逆定理

（1）勾股定理的逆定理：如果三角形的三边长 a，b，c 满足 $a^2+b^2=c^2$，那么这个三角形就是直角三角形．

说明：

①勾股定理的逆定理验证利用了三角形的全等．

②勾股定理的逆定理将数转化为形，作用是判断一个三角形是不是直角三角形．必须满足较小两边平方的和等于最大边的平方才能做出判断．

（2）运用勾股定理的逆定理解决问题的实质就是判断一个角是不是直角．然后进一步结合其他已知条件来解决问题．

注意：要判断一个角是不是直角，先要构造出三角形，然后知道三条边的大小，用较小的两条边的平方和与最大的边的平方比较，如果相等，则三角形为直角三角形；否则不是．

24．勾股数

勾股数：满足 $a^2+b^2=c^2$ 的三个正整数，称为勾股数．

说明：

①三个数必须是正整数，例如：2.5、6、6.5 满足 $a^2+b^2=c^2$，但是它们不是正整数，所以它们不是够勾股数．

②一组勾股数扩大相同的整数倍得到三个数仍是一组勾股数．

③记住常用的勾股数再做题可以提高速度．如：3，4，5；6，8，10；5，12，13；…

25．三角形综合题

涉及到的知识点比较多，如全等三角形的证明，三角形的相似、解直角三角形，锐角三角函数以及与四边形的综合考查．

26．作图—复杂作图

复杂作图是在五种基本作图的基础上进行作图，一般是结合了几何图形的性质和基本作图方法．

解决此类题目的关键是熟悉基本几何图形的性质，结合几何图形的基本性质把复杂作图拆解成基本作图，逐步操作．

27．关于 x 轴、y 轴对称的点的坐标

（1）关于 x 轴的对称点的坐标特点：

横坐标不变，纵坐标互为相反数．

即点 P（x，y）关于 x 轴的对称点 P' 的坐标是（x，$-y$）．

（2）关于 y 轴的对称点的坐标特点：

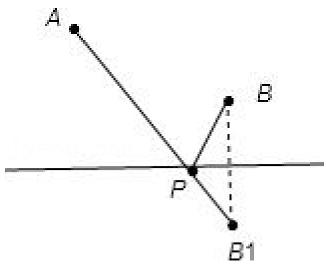
横坐标互为相反数，纵坐标不变．

即点 P（x，y）关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是（$-x$，y）．

28．轴对称-最短路线问题

1、最短路线问题

在直线 L 上的同侧有两个点 A、B，在直线 L 上有到 A、B 的距离之和最短的点存在，可以通过轴对称来确定，即作出其中一点关于直线 L 的对称点，对称点与另一点的连线与直线 L 的交点就是所要找的点．



2、凡是涉及最短距离的问题，一般要考虑线段的性质定理，结合本节所学轴对称变换来解决，多数情况要作点关于某直线的对称点．

29．翻折变换（折叠问题）

1、翻折变换（折叠问题）实质上就是轴对称变换．

2、折叠的性质：折叠是一种对称变换，它属于轴对称，折叠前后图形的形状和大小不变，位置变化，对应边和对应角相等．

3、在解决实际问题时，对于折叠较为复杂的问题可以实际操作图形的折叠，这样便于找到图形间的关系．首先清楚折叠和轴对称能够提供给我们隐含的并且可利用的条件．解题时，我们常常设要求的线段长为 x，然后根据折叠和轴对称的性质用含 x 的代数式表示其他线段的长度，选择适当的直角三角形，运用勾股定理列出方程求出答案．我们运用方程解决时，应认真审题，设出正确的未知数．