昆山市 2025-2026 学年第一学期八年级数学期中考试模拟试题

一．选择题（共 10 小题）

1．在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（　　）

A． B． C． D．

2．无理数$\sqrt{5}$的倒数是（　　）

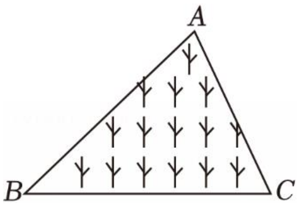
A．$-\sqrt{5}$　B．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　C．-5　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

3．下列运算正确的是（　　）

A．$\sqrt{9}=\pm3$ B．$\sqrt{(-3)^2}=-3$

C．$\sqrt[3]{-27}=\pm3$　D．$(\sqrt{4})^2=4$

4．如图，为给金源学子提供良好的阅读环境，金源学校有一块三角形小树林，需要在小树林里建一图书角供同学们使用，要使图书角到小树林三条边的距离相等，图书角的位置应选在（　　）



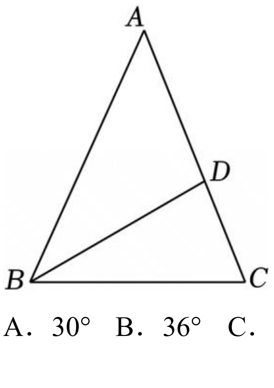
A．△*ABC* 的三条中线的交点

B．△*ABC* 三条角平分线的交点

C．△*ABC* 三条高所在直线的交点

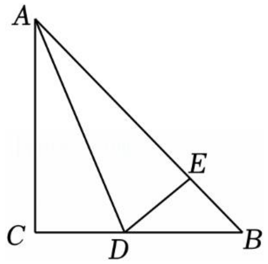
D．△*ABC* 三边的中垂线的交点

5．如图：在△*ABC* 中，*AB*＝*AC*，*BD* 平分∠*ABC*，交 *AC* 于点 *D*，若 *BD*＝*BC*，则∠*A* 等于（　　）



A．30°　B．36°　C．40°　D．42°

6．如图所示，在等腰直角△ABC中，∠C＝90°，AD平分∠CAB，DE⊥AB于E．若AB＝8，则△DEB的周长为（　　）

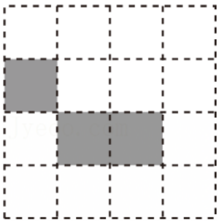


A．6　 B．8　 C．10　 D．12

7．已知等腰三角形一腰上的中线将它的周长分成9cm和12cm两部分，则等腰三角形的腰长为（　　）

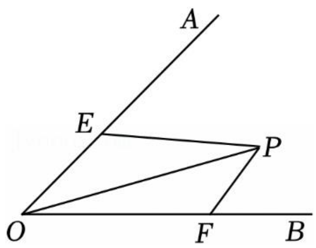
A．6cm　B．6cm或8cm　 C．8cm　D．5cm或9cm

8．如图在4×4的正方形网格中，三个阴影小正方形组成一个图案，在这个网格图中补画一个有阴影的小正方形，使四个阴影的小正方形组成的图形为轴对称图形，则符合条件的不同的画法有（　　）



A．1种　B．2种　C．3种　D．4种

9．如图，已知∠AOB的大小为α，P是∠AOB内部的一个定点，且OP＝5，点E、F分别是OA、OB上的动点，若△PEF周长的最小值等于5，则α＝（　　）



A．30°　B．45°　C．60°　D．90°

10．如图，在△ABC 中，$\angle ABC=60°$，AD 平分$\angle BAC$ 交 BC 于点 D，CE 平分$\angle ACB$ 交 AB 于点 E，AD、CE 交于点 F．则下列说法错误的个数为（　　）

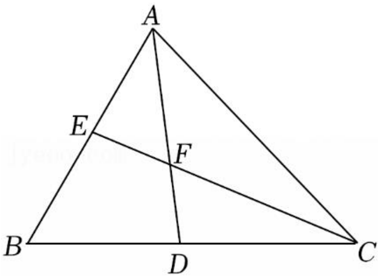
①$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$；

②$\angle CFD=60°$；

③$S_{\triangle CDF}$：$S_{\triangle AEF}=FC$：AF；

④$AE=AC-CD$；

⑤若 $BE=\frac{1}{2}AB$，则 CE 是△ABC 的高．



A．1 个 B．2 个 C．3 个 D．0 个

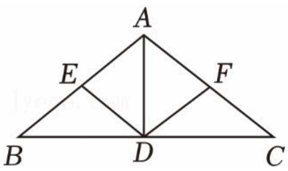
二．填空题（共 8 小题）

11．16 的平方根是 ________ ．

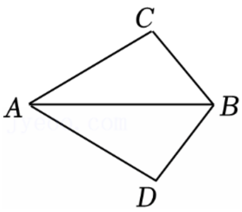
12．已知月球与地球的距离约为 384000km，将 384000 精确到万位取近似值用科学记数法表示为 ____________ ．

13．比较大小：$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ______ $\frac{1}{2}$．

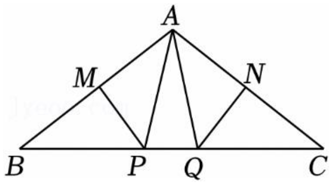
14．某房梁如图所示，立柱 $AD\perp BC$，E，F 分别是斜梁 AB，AC 的中点．若 $AB=AC=8m$，则 DE 的长为 m．



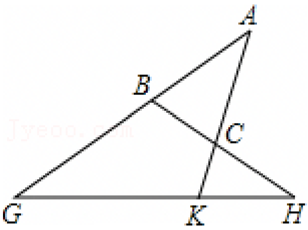
15．如图，$AC=AD$，$\angle CAB=\angle DAB$，则△$ABC\cong$△ABD，应用的判定方法是________ ．



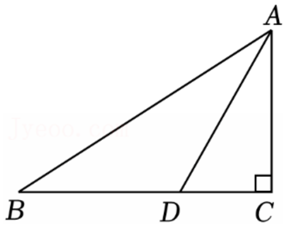
16. 如图，在△ABC中，∠BAC＝100°，若MP和NQ分别垂直平分AB和AC，则∠PAQ的度数是 ＿＿＿＿＿ ．



17．如图，若AB＝AC，BG＝BH，AK＝KG，则∠BAC＝＿＿＿＿＿ ．



18．在△ABC中，∠C＝90°，AD平分∠BAC交BC于点D，若AC＝4、CD＝2，则点D到斜边AB的距离为＿＿＿＿ ，$3BD^2-4BD$＝＿＿＿＿＿ ．



三．解答题（共9小题）

19．计算：$4\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})+(-2025)^0-(\frac{1}{2})^{-1}+|3-2\sqrt{3}|$．

20．求下列各式中的x：

（1）$(x-3)^2-1=3$；　　　　（2）$8(x+1)^3=1$．

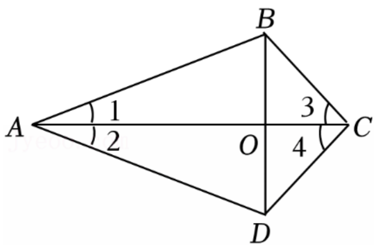
21．已知正数 a 的两个不同平方根分别是 $2x-2$ 和 $6-3x$，$a-4b$ 的算术平方根是 4．

（1）求 a 和 b 的值；

（2）求 $2a-b^2+17$ 的立方根．

22．如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于 O 点，$\angle1=\angle2$，$\angle3=\angle4$．

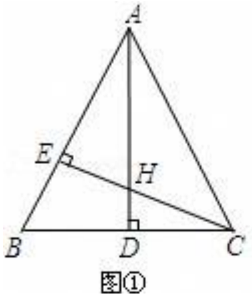
求证：$OB=OD$．



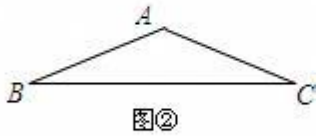
23．在△ABC 中，$AB=AC$，AD 和 CE 是高，它们所在的直线相交于 H.

（1）若∠BAC＝45°（如图①），求证：$AH=2BD$；

（2）若∠BAC＝135°（如图②），（1）中的结论是否依然成立？请在图②中画出图形并证明你的结论.



图①



图②

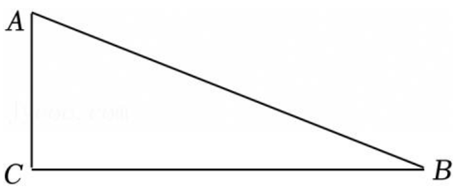
24．小明发现，任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形，已知：在△ABC 中，∠ACB＝90°．求作：直线 CD，使得直线 CD 将△ABC 分割成两个等腰三角形．下面是小明设计的尺规作图过程.

作法：如图，①作直角边 CB 的垂直平分线 MN，与斜边 AB 相交于点 D；②作直线 CD，则直线 CD 就是所求作的直线.

根据小明设计的尺规作图过程，解决下列问题：

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

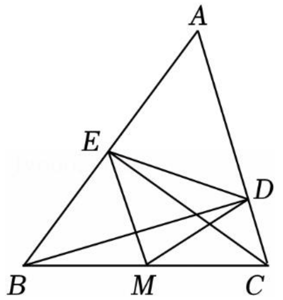
（2）小明进一步探究：以点 D 为圆心，适当长为半径画弧分别交 DA、DC 于 P、Q 两点，再分别以点 P、Q 为圆心，大于$\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径画弧，两弧在∠ADC 内交于点 M，直线 DM 交 AC 于点 E，则 $AE=CE$（填写理由），使用尺规作图在图中补全作图痕迹.



25．如图，在△ABC 中，CE、BD 分别是 AB、AC 边上的高线，M 是 BC 的中点，连结 DE、EM、MD．

（1）求证：$ME=MD$；

（2）若∠$A=45°$，求∠EDM 的度数．



26．如图，在△ABC 中，∠$ABC=m°$，点 D 在直线 AC 上，连接 BD，将线段 BD 绕点 B 逆时针旋转（$180-m$）°得到线段 BE．

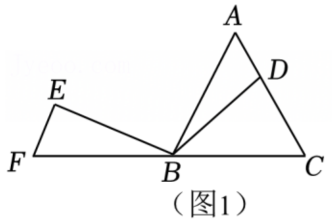
【问题初探】

（1）如图 1，点 D 在线段 AC 上，延长 CB 至点 F，使得 $BF=AB$，连接 EF．

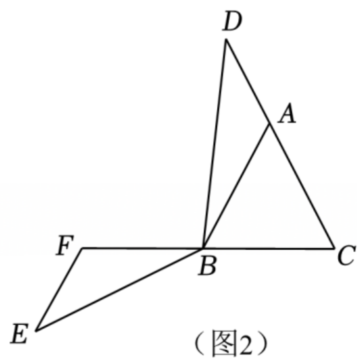
求证：△ABD≌△FBE．

【类比分析】

（2）如图 2，若 $AC=BC$，点 D 在 CA 的延长线上，延长 CB 至点 F，使得 $BF=AB$，连接 EF．求证：AB∥EF．



（图1）



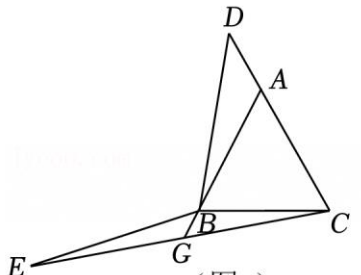
（图2）

【拓展延伸】

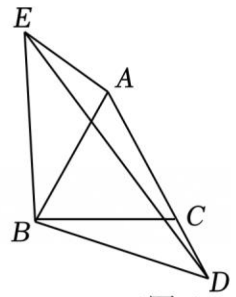
（3）若 $AC=BC$，$m=60$．

①如图 3，点 D 在 CA 的延长线上，连接 CE，延长 AB 交 CE 于点 G，猜想 AD 与 BG 的数量关系，并加以证明；

②如图 4，点 D 在 AC 的延长线上，连接 AE，DE，若$\angle EAB=90°$，求$\frac{AD}{DE}$的值．



（图3）



（图4）

27．（1）如图 1，$\triangle ABC$ 是等边三角形，点 E 为 AC 边上一点，将线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 60°得 BF，连接 EF．

①$\triangle BEF$ 的形状为 ________ 三角形；

②若 $AB=6$，$CE=4$，求 $\tan\angle ABE$ 的值．

（2）如图 2，等边三角形 ABC，点 A 在直线 l 上（任意一点），请用尺规作图，在直线 l 上，求作点 E、点 F，使得$\triangle CEF$ 为等边三角形．（不写作法，需保留作图痕迹）

（3）如图 3，在$\angle MON$ 的内部有一定点 A，在 OM、ON 上分别找点 B、点 C，使$\triangle ABC$ 为等边三角形．请画出示意图，并写出画$\triangle ABC$ 的思路．

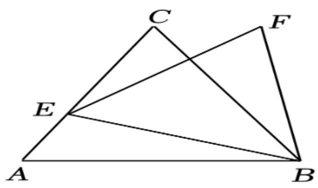


图1

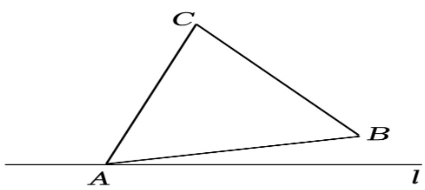


图2

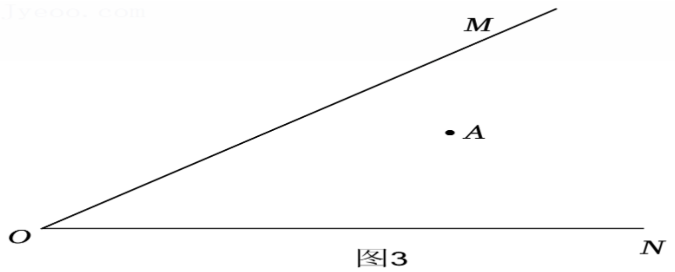


图3

答案

一．选择题（共 10 小题）

1．在以下绿色食品、回收、节能、节水四个标志中，是轴对称图形的是（　　）

A． 　B． 　C． 　D． 

【解答】解：*A*、是轴对称图形，故本选项正确；

B、不是轴对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，故本选项错误；

D、不是轴对称图形，故本选项错误．

故选：*A*．

2．无理数$\sqrt{5}$的倒数是（　　）

A．$-\sqrt{5}$　　B．$-\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C．－5　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

【解答】解：$\sqrt{5}$的倒数是$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

故选：*D*．

3．下列运算正确的是（　　）

A．$\sqrt{9}=\pm 3$　　B．$\sqrt{(-3)^2}=-3$

C．$\sqrt[3]{-27}=\pm 3$　　D．$(\sqrt{4})^2=4$

【解答】解：*A*、$\sqrt{9}=3$，故该项不正确，不符合题意；

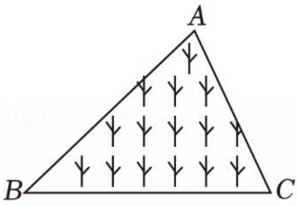
B、$\sqrt{(-3)^2}=3$，故该项不正确，不符合题意；

C、$\sqrt[3]{-27}=-3$，故该项不正确，不符合题意；

D、$(\sqrt{4})^2=4$，故该项正确，符合题意；

故选：*D*．

4．如图，为给金源学子提供良好的阅读环境，金源学校有一块三角形小树林，需要在小树林里建一图书角供同学们使用，要使图书角到小树林三条边的距离相等，图书角的位置应选在（　　）



A．△ABC 的三条中线的交点

B．△ABC 三条角平分线的交点

C．△ABC 三条高所在直线的交点

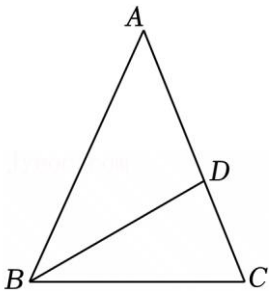
D．△ABC 三边的中垂线的交点

【解答】解：∵角平分线上的点到角两边的距离相等，

∴图书角的位置应选在△ABC 三条角平分线的交点，才能使图书角到小树林三条边的距离相等，

故选：B．

5．如图：在△ABC 中，$AB=AC$，BD 平分∠ABC，交 AC 于点 D，若 $BD=BC$，则∠A 等于（　　）



A．30°　　B．36°　　C．40°　　D．42°

【解答】解：设∠$ABD=x°$，

∵BD 平分∠ABC，

∴∠$DBC=x°$，

∵$AB=AC$，

∴∠C=∠$ABC=2x°$，

又∵$BD=BC$，

∴∠BDC=∠$C=2x°$，

又∵∠BDC=∠A+∠ABD，即 $2x°$=∠$A+x°$，

∴∠$A=x°$，

在△ABC 中，∠A+∠ABC+∠$C=180°$，

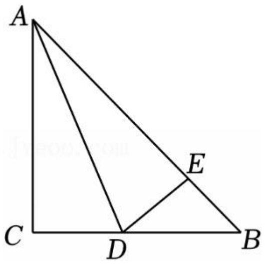
∴$x+2x+2x=180$，

解得 $x=36$，

∴∠A＝36°，

故选：B．

6．如图所示，在等腰直角△ABC 中，∠C＝90°，AD 平分∠CAB，DE⊥AB 于 E．若 AB＝8，则△DEB 的周长为（　　）



A．6　　　　B．8　　　　C．10　　　　D．12

【解答】解：∵DE⊥AB，

∴∠C＝∠AED＝90°，

∵AD 平分∠CAB，

∴∠CAD＝∠EAD，

在△ACD 和△AED 中，

∵$\begin{cases}\angle C=\angle AED\\ \angle CAD=\angle EAD,\\ AD=AD\end{cases}$

∴△ACD≌△AED（AAS），

∴AC＝AE，CD＝DE，

∴BD+DE＝BD+CD＝BC＝AC＝AE，

BD+DE+BE＝AE+BE＝AB＝8，

∴△DEB 的周长为 8．

故选：B．

7．已知等腰三角形一腰上的中线将它的周长分成 9cm 和 12cm 两部分，则等腰三角形的腰长为（　　）

A．6cm　　　　B．6cm 或 8cm　　　　C．8cm　　　　D．5cm 或 9cm

【解答】解：根据题意画出图形，如图所示，

设等腰三角形的腰长 AB＝AC＝2x，BC＝y，

∵BD 是腰上的中线，

∴AD＝DC＝x，

①若 AB+AD 的长为 12，则 2x+x＝12，

解得 $x=4$，

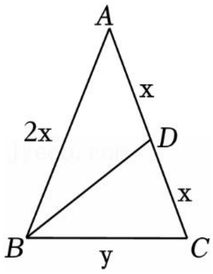
∴等腰三角形的腰长为 $8cm$，

②若 $AB+AD$ 的长为 9，则 $2x+x=9$，

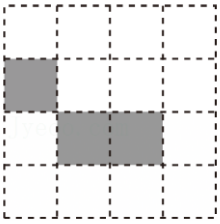
解得 $x=3$，

∴等腰三角形的腰长为 $6cm$，

故选：B．



8．如图在 4×4 的正方形网格中，三个阴影小正方形组成一个图案，在这个网格图中补画一个有阴影的小正方形，使四个阴影的小正方形组成的图形为轴对称图形，则符合条件的不同的画法有（　　）

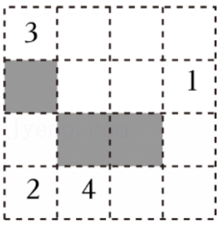


A．1 种　　B．2 种　　C．3 种　　D．4 种

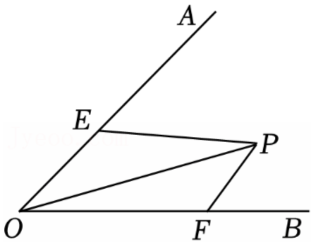
【解答】解：根据轴对称图形可作如图所示：

共有 4 种画法，

故选：D．



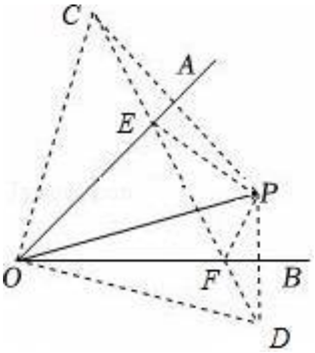
9．如图，已知∠AOB 的大小为 α，P 是∠AOB 内部的一个定点，且 $OP=5$，点 E、F 分别是 OA、OB 上的动点，若△PEF 周长的最小值等于 5，则 α=（　　）



A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．90°

【解答】解：如图，作点 P 关于 OA 的对称点 C，关于 OB 的对称点 D，连接 CD，交 OA 于 E，OB 于 F．此时，$\triangle PEF$ 的周长最小．

连接 OC，OD，PE，PF．



∵点 P 与点 C 关于 OA 对称，

∴OA 垂直平分 PC，

∴$\angle COA=\angle AOP$，$PE=CE$，$OC=OP$，

同理，可得$\angle DOB=\angle BOP$，$PF=DF$，$OD=OP$．

∴$\angle COA+\angle DOB=\angle AOP+\angle BOP=\angle AOB=\alpha$，$OC=OD=OP=5$，

∴$\angle COD=2\alpha$．

又∵$\triangle PEF$ 的周长$=PE+EF+FP=CE+EF+FD=CD=5$，

∴$OC=OD=CD=5$，

∴$\triangle COD$ 是等边三角形，

∴$2\alpha=60°$，

∴$\alpha=30°$．

故选：A．

10．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle ABC=60°$，AD 平分$\angle BAC$ 交 BC 于点 D，CE 平分$\angle ACB$ 交 AB 于点 E，AD、CE 交于点 F．则下列说法错误的个数为（　　）

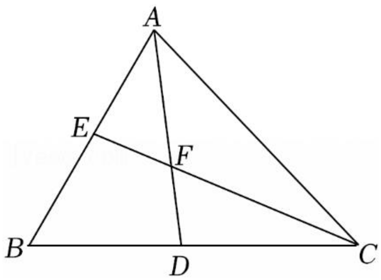
①$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$；

②$\angle CFD=60°$；

③$S_{\triangle CDF}$：$S_{\triangle AEF}=FC$：AF；

④$AE=AC-CD$；

⑤若 $BE=\frac{1}{2}AB$，则 CE 是△ABC 的高．



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．0 个

【解答】解：①当 AD 是△ABC 的中线时，$S_{\triangle ABD}=S_{\triangle ADC}$，

而 AD 平分$\angle BAC$，故①错误；

②在△ABC 中，$\angle ABC=60°$，

$\therefore\angle ACB+\angle CAB=120°$，

$\because AD$ 平分$\angle BAC$，CE 平分$\angle ACB$，

$\therefore\angle FCA=\frac{1}{2}\angle ACB$，$\angle FAC=\frac{1}{2}\angle CAB$，

$\therefore\angle AFC=180°-(\angle FCA+\angle FAC)=180°-\frac{1}{2}(\angle ACB+\angle CAB)=120°$，

$\therefore\angle CFD=60°$；故②正确；

③如图 1，作$\angle AFC$ 的平分线交 AC 于点 G，过 G 作 $GM\perp FC$，$GH\perp AF$ 于点 G，H，

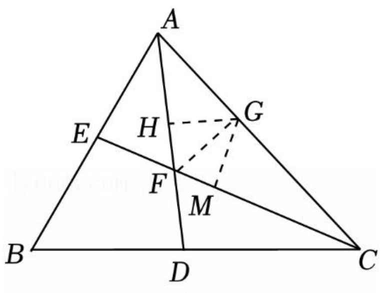


图1

$\therefore GH=GM$，

$\therefore S_{\triangle AGF}$：$S_{\triangle FGC}=AF$：$FC$，

$\because\angle AFC=120°$，

$\therefore\angle AFG=\angle CFG=60°$，

$\therefore\angle AFE=60°$，

$\therefore\angle AFG=\angle CFG=\angle AFE=60°$，

$\because\angle EAF=\angle GAF$，$\angle DCF=\angle GCF$，

$\therefore\triangle AEF\cong\triangle AGF$（$ASA$），$\triangle CDF\cong\triangle CGF$（$ASA$），

$\therefore S_{\triangle AEF}$：$S_{\triangle FDC}=AF$：$FC$，故③正确；

④$\because\triangle AEF\cong\triangle AGF$（$ASA$），$\triangle CDF\cong\triangle CGF$（$ASA$），

$\therefore AE=AG$，$CD=CG$，

$\therefore CD+AE=CG+AG=AC$，

$\therefore AE=AC-CD$，故④正确；

⑤如图 2，延长 CE 至 G，使 $GE=CE$，连接 BG，

$\because BE=\frac{1}{2}AB$，

$\therefore AB=2BE=2AE$，

$\therefore AE=BE$，

$\because\angle AEC=\angle BEG$，

$\therefore\triangle ACE\cong\triangle BGE$（$SAS$），

$\therefore\angle ACE=\angle G$，$CE=GE$，

$\because CE$ 为角平分线，

$\therefore\angle ACE=\angle BCE$，

$\therefore\angle BCE=\angle G$，

$\therefore BC=BG$，

$\because CE=GE$，

$\therefore BE\perp CE$，

$\therefore CE$ 是$\triangle ABC$ 的高，故⑤正确；

综上所述：正确的有②③④⑤，错误的有①，共 1 个，

故选：A．

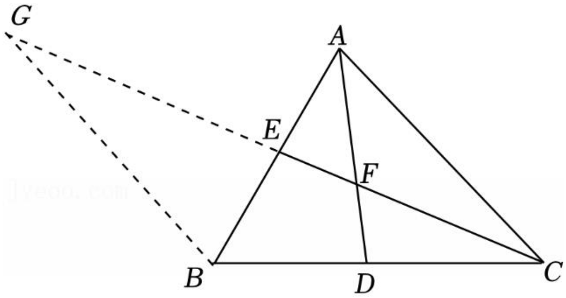


图2

二．填空题（共 8 小题）

11．16 的平方根是 ___±4___ ．

【解答】解：∵$4^2=16$，$(-4)^2=16$，

∴16 的平方根为±4，

故答案为：±4．

12．已知月球与地球的距离约为 384000*km*，将 384000 精确到万位取近似值用科学记数法表示为 ___3.8×10^5___ ．

【解答】解：根据题意可知，将 384000 精确到万位取近似值用科学记数法表示为：$384000\approx3.8\times10^5$（精确到万位）．

故答案为：3.8×10^5．

13．比较大小：$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ ___<___ $\frac{1}{2}$．

【解答】解：∵$\frac{\sqrt{3}-1}{2}-\frac{1}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}-2}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-1$，

∵$1<3<4$，

∴$1<\sqrt{3}<2$，

∴$\frac{1}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}<1$，

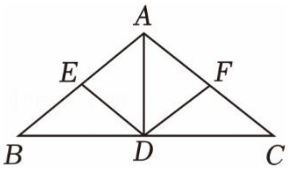
∴$\frac{\sqrt{3}}{2}-1<0$，

∴$\frac{\sqrt{3}-1}{2}<\frac{1}{2}$．

故答案为：<．

14．某房梁如图所示，立柱 $AD\perp BC$，E，F 分别是斜梁 AB，AC 的中点．若 $AB=AC=8m$，则 DE 的长为

4　m．



【解答】解：∵$AD\perp BC$，

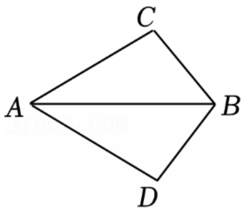
∴$\angle ADB=90°$，

∵E 是 AB 的中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 8=4$（$m$）．

故答案为：4．

15．如图，$AC=AD$，$\angle CAB=\angle DAB$，则$\triangle ABC\cong\triangle ABD$，应用的判定方法是　SAS　．



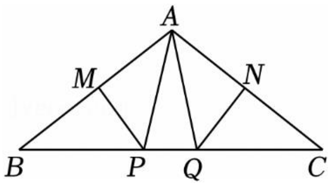
【解答】解：在$\triangle ABC$ 和$\triangle ABD$ 中，

$$\begin{cases}AC=AD\\ \angle CAB=\angle DAB,\\ AB=AB\end{cases}$$

∴$\triangle ABC\cong\triangle ABD$（$SAS$）．

故答案为：SAS．

16．如图，在$\triangle ABC$ 中，$\angle BAC=100°$，若 MP 和 NQ 分别垂直平分 AB 和 AC，则$\angle PAQ$ 的度数是　$20°$　．



【解答】解：∵$AB=AC$，$\angle BAC=100°$，

∴$\angle B+\angle C=180°-\angle BAC=80°$，

∵MP，NQ 分别垂直平分 AB，AC，

∴$AP=BP$，$AQ=CQ$，

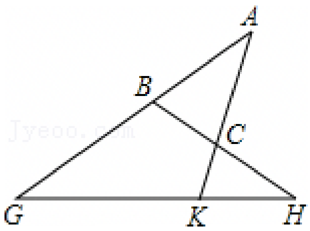
∴$\angle BAP=\angle B$，$\angle CAQ=\angle C$，

∴$\angle BAP+\angle CAQ=80°$，

∴$\angle PAQ=\angle BAC-(\angle BAP+\angle CAQ)=20°$．

故答案为：20°．

17．如图，若 $AB=AC$，$BG=BH$，$AK=KG$，则$\angle BAC=$__36°__．



【解答】解：∵$AB=AC$，$BG=BH$，$AK=KG$，

∴$\angle ABC=\angle ACB$，$\angle G=\angle H$，$\angle A=\angle G$，

∴$\angle A=\angle H$，

∵$\angle ABC=\angle G+\angle H=2\angle A=\angle ACB$，$\angle ACB=\angle KCH$，$\angle CKH=\angle A+\angle G=2\angle A$，

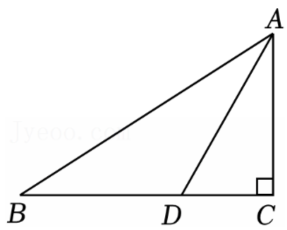
∴$\angle CKH+\angle KCH+\angle H=180°$，

即 $5\angle A=180°$，

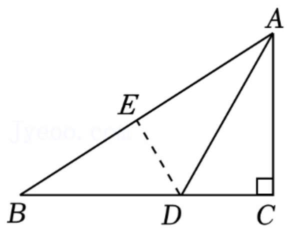
∴$\angle A=36°$．

故答案为：36°．

18．在△ABC 中，$\angle C=90°$，AD 平分$\angle BAC$ 交 BC 于点 D，若 $AC=4$、$CD=2$，则点 D 到斜边 AB 的距离为__2__，$3BD^2-4BD=$__20__．



【解答】解：（1）过点 D 作 $DE\perp AB$ 于点 E，



∵AD 平分$\angle BAC$，$\angle C=90°$，$DE\perp AB$，

∴$DE=DC$，

∵$CD=2$，

∴$DE=2$，

即点 D 到斜边 AB 的距离为 2，

故答案为：2；

（2）设 $BD=x$，

在 Rt△BDE 中，

∵$DE=2$，

∴根据勾股定理，得 $BE=\sqrt{BD^2-DE^2}=\sqrt{x^2-4}$，

∵$CD=2$，

∴$BC=BD+CD=x+2$，

∵$AB=AE+BE$，$AE=AC=4$，$BE=\sqrt{x^2-4}$，

∴$AB=4+\sqrt{x^2-4}$，

在 Rt△ABC 中，

∵$AC=4$，

∴根据勾股定理，得 $AC^2+BC^2=AB^2$，

即 $4^2+(x+2)^2=(4+\sqrt{x^2-4})^2$.

整理，得 $16+x^2+4x+4=16+x^2-4+8\sqrt{x^2-4}$，

化简，得 $4x+8=8\sqrt{x^2-4}$，

两边同时除以 8，得 $\frac{1}{2}x+1=\sqrt{x^2-4}$，

两边平方，得 $(\frac{1}{2}x+1)^2=x^2-4$,

展开，得 $\frac{1}{4}x^2+x+1=x^2-4$,

整理，得得 $3x^2-4x-20=0$.

∴$3BD^2-4BD=3x^2-4x=20$.

故答案为：20.

三．解答题（共 9 小题）

19．计算：$4\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})+(-2025)^0-(\frac{1}{2})^{-1}+|3-2\sqrt{3}|$.

【解答】解：原式 $=-2\sqrt{3}+1-2+2\sqrt{3}-3$

$=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+1-2-3$

$=-4$.

20．求下列各式中的 x：

（1）$(x-3)^2-1=3$；

（2）$8(x+1)^3=1$.

【解答】解：（1）$(x-3)^2-1=3$，

$(x-3)^2=4$，

$x-3=\pm2$，

$\therefore x=5$ 或 $x=1$；

（2）$8(x+1)^3=1$，

$(x+1)^3=\frac{1}{8}$，

$x+1=\frac{1}{2}$，

$\therefore x=-\frac{1}{2}$.

21．已知正数 a 的两个不同平方根分别是 $2x-2$ 和 $6-3x$，$a-4b$ 的算术平方根是 4.

（1）求 a 和 b 的值；

（2）求 $2a-b^2+17$ 的立方根.

【解答】解：（1）由题意得，$2x-2+6-3x=0$，

解得 $x=4$，

$\therefore 2x-2=6$，

$\therefore a=6^2=36$，

$\because a-4b$ 的算术平方根是 4，

$\therefore a-4b=16$，

$\therefore b=5$；

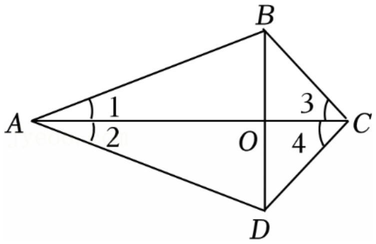
（2）$\because 2a-b^2+17=2\times36-5^2+17=64$，

而 64 的立方根是 4，

$\therefore 2a-b^2+17$ 的立方根为 4.

22．如图，四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于 O 点，$\angle1=\angle2$，$\angle3=\angle4$.

求证：$OB=OD$.



【解答】证明：在△ABC和△ADC中，

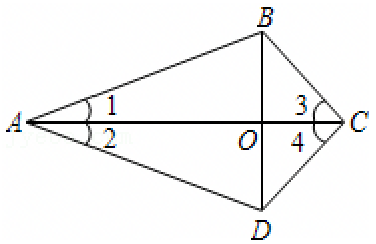
$$\because \begin{cases} \angle 1=\angle 2 \\ AC=AC \\ \angle 3=\angle 4 \end{cases},$$

∴△ABC≌△ADC（ASA），

∴$AB=AD$，

∴△ABD是等腰三角形，且∠1＝∠2，

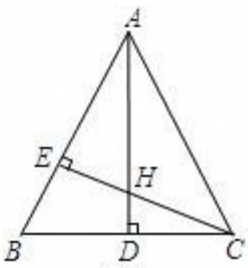
∴$OB=OD$．



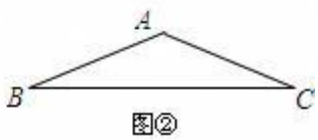
23．在△ABC中，$AB=AC$，AD和CE是高，它们所在的直线相交于H．

（1）若∠BAC＝45°（如图①），求证：$AH=2BD$；

（2）若∠BAC＝135°（如图②），（1）中的结论是否依然成立？请在图②中画出图形并证明你的结论．



图①



图②

【解答】证明：（1）∵$AB=AC$，AD⊥BC，

∴$BC=2BD$．

∵CE⊥AB，∠BAC＝45°，

∴∠ECA＝45°．

∴$AE=CE$．

又AD⊥BC，CE⊥AB，

可得$\angle EAH=\angle ECB$，

在$\triangle AEH$和$\triangle CEB$中，$\begin{cases}\angle EAH=\angle ECB\\ AE=CE\\ \angle AEH=\angle BEC\end{cases}$

$\therefore\triangle AEH\cong\triangle CEB$（$ASA$）.

$\therefore AH=BC$.

$\therefore AH=2BD$.

（2）答：（1）中结论依然成立.

所画图形如图所示．延长BA交HC于E.

$\because\angle BAC=135°$，

$\therefore\angle CAE=45°$.

$\because AE\perp HC$，

$\therefore\angle ACE=\angle CAE=45°$.

$\therefore AE=CE$.

$\because HD\perp BC$，$BE\perp HC$，

可得$\angle B=\angle H$.

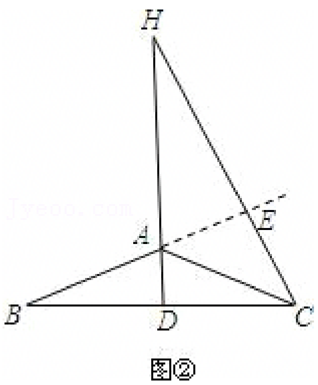
在$Rt\triangle BEC$和$Rt\triangle HEA$中，$\begin{cases}\angle B=\angle H\\ \angle BEC=\angle HEA\\ CE=AE\end{cases}$

$\therefore Rt\triangle BEC\cong Rt\triangle HEA$（$AAS$）.

$\therefore AH=BC$.

又$BC=2BD$，

$\therefore AH=2BD$.



图②

24．小明发现，任意一个直角三角形都可以分割成两个等腰三角形，已知：在$\triangle ABC$中，$\angle ACB=90°$．求

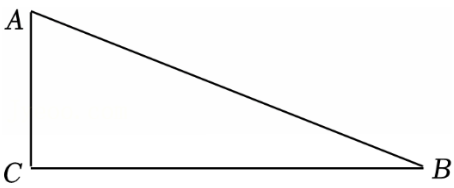
作：直线 CD，使得直线 CD 将△ABC 分割成两个等腰三角形．下面是小明设计的尺规作图过程．

作法：如图，①作直角边 CB 的垂直平分线 MN，与斜边 AB 相交于点 D；②作直线 CD，则直线 CD 就是所求作的直线．

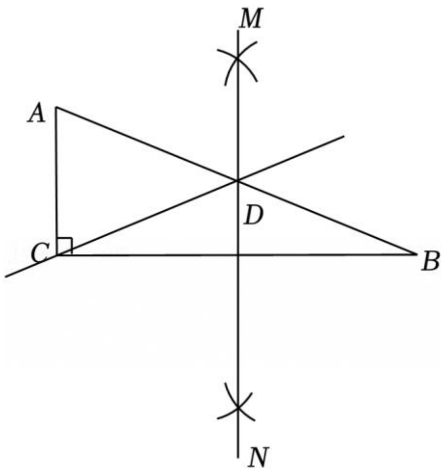
根据小明设计的尺规作图过程，解决下列问题：

（1）使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

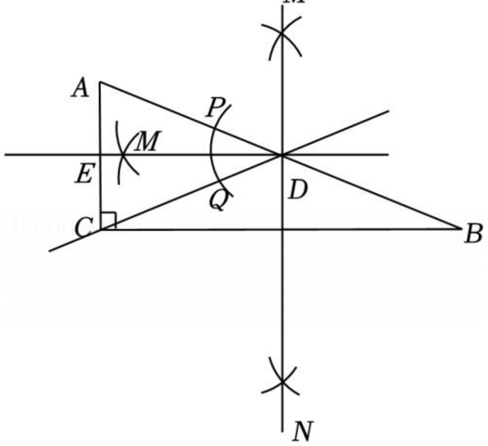
（2）小明进一步探究：以点 D 为圆心，适当长为半径画弧分别交 DA、DC 于 P、Q 两点，再分别以点 P、Q 为圆心，大于$\frac{1}{2}PQ$ 的长为半径画弧，两弧在∠ADC 内交于点 M，直线 DM 交 AC 于点 E，则 AE＝CE <u>等腰三角形三线合一的性质</u> （填写理由），使用尺规作图在图中补全作图痕迹．



【解答】解：（1）如图，直线 CD 即为所求：



（2）图形如图所示：



由作图可知 DE 平分$\angle ADC$，

∵$DA=DC$，

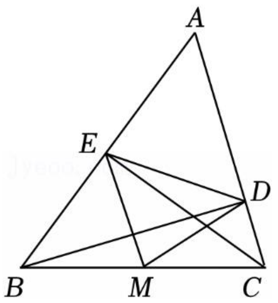
∴$AE=CE$（等腰三角形三线合一的性质），

故答案为：等腰三角形三线合一的性质．

25．如图，在△ABC 中，CE、BD 分别是 AB、AC 边上的高线，M 是 BC 的中点，连结 DE、EM、MD．

（1）求证：$ME=MD$；

（2）若$\angle A=45°$，求$\angle EDM$ 的度数．



【解答】（1）证明：∵CE、BD 分别是 AB、AC 边上的高线，

∴$\angle BEC=\angle CDB=90°$，

∵M 是 BC 的中点，

∴$EM=\frac{1}{2}BC$，$DM=\frac{1}{2}BC$，

∴$ME=MD$；

（2）解：∵$\angle A=45°$，

∴$\angle ABC+\angle ACB=135°$，

∵$EM=BM$，$DM=CM$，

∴$\angle BEM=\angle ABC$，$\angle MDC=\angle ACB$，

∴$\angle EBM+\angle BEM+\angle ACB+\angle MDC=135°\times 2=270°$，

∴$\angle EMB+\angle DMC=180°\times 2-270°=90°$，

∵$ME=MD$，

∴$\angle EDM=45°$．

26．如图，在△ABC 中，$\angle ABC=m°$，点 D 在直线 AC 上，连接 BD，将线段 BD 绕点 B 逆时针旋转（$180-m$）°得到线段 BE．

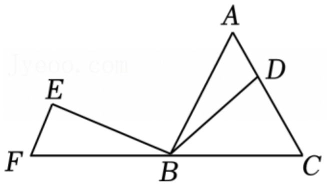
【问题初探】

（1）如图 1，点 D 在线段 AC 上，延长 CB 至点 F，使得 $BF=AB$，连接 EF．

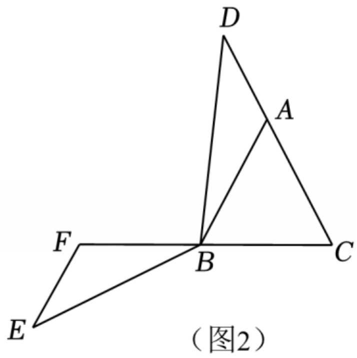
求证：$\triangle ABD\cong\triangle FBE$．

【类比分析】

（2）如图2，若$AC=BC$，点D在CA的延长线上，延长CB至点F，使得$BF=AB$，连接EF．求证：$AB\parallel EF$．



（图1）



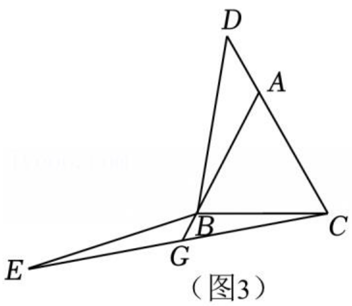
（图2）

【拓展延伸】

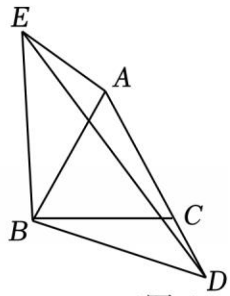
（3）若$AC=BC$，$m=60$．

①如图3，点D在CA的延长线上，连接CE，延长AB交CE于点G，猜想AD与BG的数量关系，并加以证明；

②如图4，点D在AC的延长线上，连接AE，DE，若$\angle EAB=90°$，求$\frac{AD}{DE}$的值．



（图3）



（图4）

【解答】（1）证明：∵线段BD绕点B逆时针旋转$(180-m)°$得到线段BE，

∴$BD=BE$，$\angle DBE=(180-m)°$．

∵$\angle ABC=m°$，

∴$\angle ABF=(180-m)°$，

∴$\angle DBE=\angle ABF$，

∴$\angle DBE-\angle ABE=\angle ABF-\angle ABE$，

即$\angle ABD=\angle FBE$．

在$\triangle ABD$和$\triangle FBE$中，

$$\begin{cases} BD=BE \\ \angle ABD=\angle FBE, \\ AB=BF \end{cases}$$

∴$\triangle ABD\cong\triangle FBE$（$SAS$）.

（2）证明：同理（1）得$\triangle ABD\cong\triangle FBE$，

∴$\angle BAD=\angle F$.

∵$AC=BC$，

∴$\angle CAB=\angle CBA$，

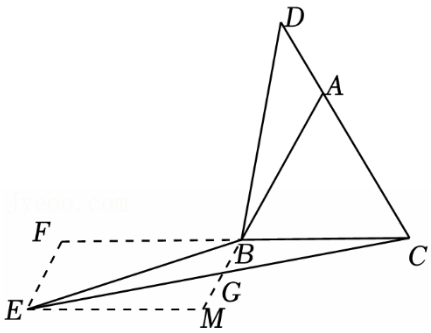
∴$180°-\angle CAB=180°-\angle CBA$，即$\angle BAD=\angle ABF$.

∴$\angle F=\angle ABF$，

∴$AB\parallel EF$.

（3）①猜想：$AD=2BG$.

证明：如图 1，延长 CB 至 F，使 $BF=AB$．连接 EF，过 E 作 $EM\parallel FC$ 交 BG 的延长线于 M.



（图1）

由（2）得，$EF\parallel AM$，

∴四边形 $BMEF$ 是平行四边形，

∴$EM=BF$，$EF=BM$.

∵$AC=BC$，$\angle ABC=m°$，$m=60$，

∴$\angle ABC=60°$，$\triangle ABC$ 是等边三角形，

∴$AB=BC$，

∴$BF=BC$，

∴$EM=BC$.

∵$EM\parallel FC$，

∴$\angle MEG=\angle GCF$.

又∵$\angle EGM=\angle CGB$，

∴△EMG≌△CBG（AAS），

∴$BG=MG$，

∴$BM=2BG$，

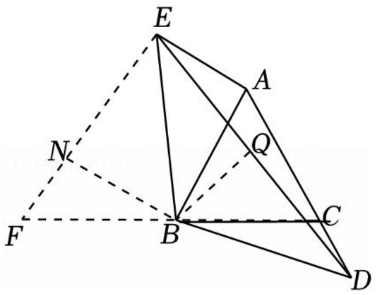
∴$EF=2BG$，

由（2）得，△ABD≌△FBE，

∴$AD=EF$，

∴$AD=2BG$；

②如图，延长 CB 至 F，使 $BF=AB$，连接 EF，过 B 作 $BN\perp EF$ 于点 N，过 B 作 $BQ\perp DE$ 于点 Q，同理（1）得，△ABD≌△FBE，



∴$\angle F=\angle BAC=60°$，

∵$BN\perp EF$，

∴$\angle BNF=\angle BNE=90°$，

∴$\angle FBN=30°$，

设 $FN=a$，

∴$BF=2a$，$BN=BF\bullet\sin60°=2a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}a$.

∵$\angle F=60°=\angle ABC$，

∴$EF\parallel AB$，

∵$\angle EAB=90°$，

∴$\angle AEF=90°$，

∴$\angle BNE=\angle AEF=\angle BAE=90°$，

∴四边形 $ABNE$ 是矩形，

∴$NE=AB=BF=2a$，$AE=BN=\sqrt{3}a$，

∴$EF=FN+NE=a+2a=3a$，

∵△ABD≌△FBE，

∴$AD=EF=3a$.

在 Rt△ABE 中，∠BAE=90°，根据勾股定理得，$BE=\sqrt{AE^2+AB^2}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2+(2a)^2}=\sqrt{7}a$，

∵$BD=BE$，∠DBE=120°，$BQ\perp DE$，

∴∠EBQ=60°，$DE=2EQ$.

∵$EQ=BE\cdot\sin60°=\sqrt{7}a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{21}}{2}a$，

∴$DE=2\times\frac{\sqrt{21}}{2}a=\sqrt{21}a$.

∴$\frac{AD}{DE}=\frac{3a}{\sqrt{21}a}=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

27.（1）如图 1，△ABC 是等边三角形，点 E 为 AC 边上一点，将线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 60°得 BF，连接 EF.

①△BEF 的形状为 <u>等边</u> 三角形；

②若 $AB=6$，$CE=4$，求 tan∠ABE 的值.

（2）如图 2，等边三角形 ABC，点 A 在直线 l 上（任意一点），请用尺规作图，在直线 l 上，求作点 E、点 F，使得△CEF 为等边三角形.（不写作法，需保留作图痕迹）

（3）如图 3，在∠MON 的内部有一定点 A，在 OM、ON 上分别找点 B、点 C，使△ABC 为等边三角形．请画出示意图，并写出画△ABC 的思路.

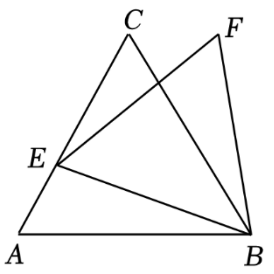


图1

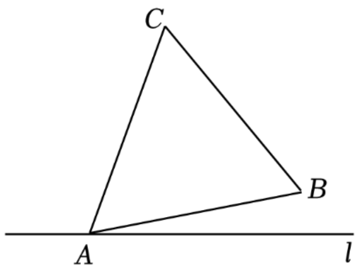


图2

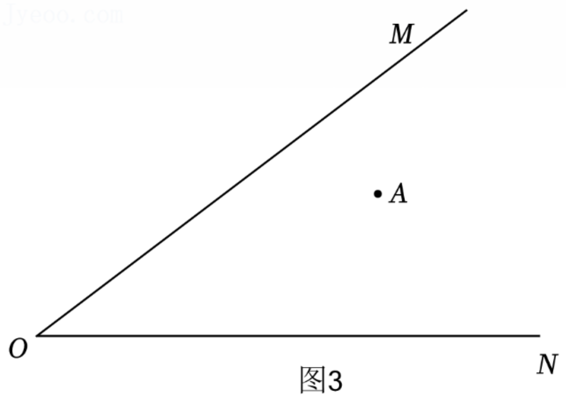


图3

【解答】解：（1）①线段 BE 绕点 B 顺时针旋转 60°得 BF，

∴$BE=BF$，

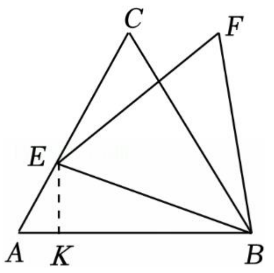
∴△BEF 是等腰三角形，

∵∠EBF＝60°，

∴△BEF 是等边三角形，

故答案为：等边．

②如图，过 E 作 $EK\perp AB$ 于点 K，



∵△ABC 为等边三角形，

∴$AC=AB=6$，∠A＝60°，

∴∠AEK＝30°，

∵$CE=4$，

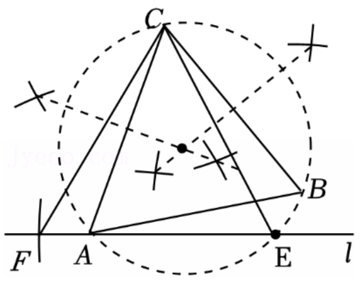
∴$AE=2$，

∴$AK=1$，$EK=\sqrt{3}$，

∴$BK=AB-AK=5$，

∴$\tan\angle ABE=\frac{EK}{BK}=\frac{\sqrt{3}}{5}$；

（2）如图，△CEF 即为所求；

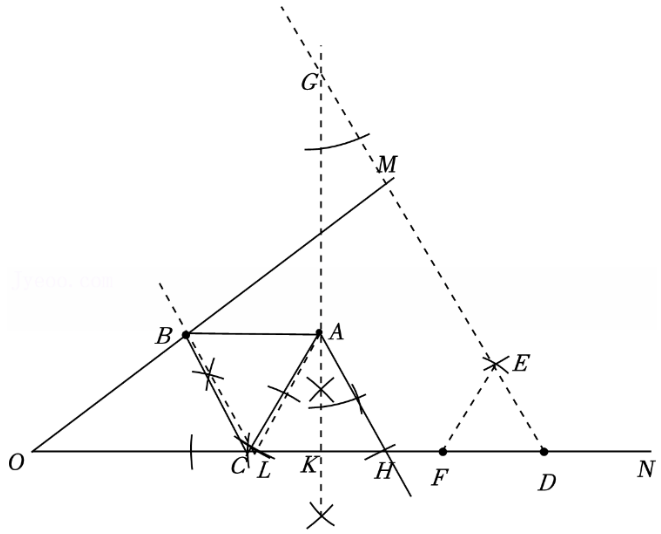


作法提示：①作△ABC 的外接圆交 l 于点 E，则∠CEA＝∠B＝60°；

②连接 EC，以点 E 为圆心，EC 长为半径画弧，在点 E 左侧，交 l 于点 F，则 $EC=EF$；

③连接 CF，则△CEF 为等边三角形（有一个角是 60°的等腰三角形是等边三角形）．

（2）如图，△ABC 即为所求；



作法提示：①在 ON 上且点 A 右侧任取两点 D、F，在 ON 上方作等边三角形 DEF；

②过 A 作 ON 的垂线交 ON 于点 K，交 DE 的延长线于点 G；

③作 $AH \parallel DG$ 交 ON 于点 H，在点 H 左侧的 l 上取一点 L，使 $AH=AL$；

④作$\angle ALO$ 的角平分线交 OM 于点 B，连接 AB；

⑤在点 H 左侧 ON 上取一点 C，使 $HC=LB$，连接 BC，AC，则$\triangle ABC$ 即为所求；

证明：$\because \triangle DEF$ 是等边三角形，

$\therefore \angle EDF=60°$，

$\because AH \parallel DG$，

$\therefore \angle AHK=60°$，

$\because AL=AK$，

$\therefore \triangle AHL$ 是等边三角形，

$\therefore \angle ALH=60°$，

$\therefore \angle ALO=120°$，

$\because LB$ 平分$\angle ALO$，

$\therefore \angle ALB=60°=\angle AHC$，

$\because AL=AH$，$LB=HC$，

$\therefore \triangle ABL \cong \triangle ACH$（$SAS$），

$\therefore AB=AC$，$\angle BAL=\angle CAH$，

$\therefore \angle BAL-\angle CAL=\angle CAH-\angle CAL$，

即$\angle BAC=\angle HAL=60°$，

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形．