昆山市 2025-2026 学年第一学期九年级数学期中考试模拟试题

（满分 130 分，时间 120 分钟）

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．

1. 下列各式中，y 是 x 的二次函数的是（　　）

A. $y=2x+1$　　B. $y=\frac{1}{x}$　　C. $y=x^2+2x-1$　　D. $y=x^2+\frac{1}{x}$

2. 一元二次方程 $x^2-x-1=0$ 的根的情况为（　　）

A. 有两个不相等的实数根　　B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根　　D. 没有实数根

3. 抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是（　　）

A. $(2,1)$　　B. $(2,-1)$　　C. $(-2,1)$　　D. $(-2,-1)$

4. 已知一组数据 26，36，36，3■，41，42 其中一个两位数的个位数字被墨水涂污，则下列统计量中仍能计算结果的是（　　）

A. 平均数　　B. 方差　　C. 中位数　　D. 众数

5. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+4$，下列说法正确　是（　　）

A. 当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大　　B. 函数图象的对称轴是直线 $x=-1$

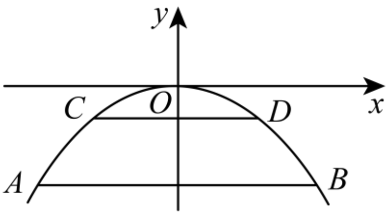
C. 这个函数有最大值 1　　D. 函数图象与 x 轴有 2 个交点

6. 在一个不透明的袋子里装有除数字外完全相同的 3 个小球，上面分别标有数字 2，3，4．先从袋中随机摸出一个小球，再从袋中剩下的 2 个小球中随机摸出一个小球．则摸出 2 个球上的数字之和为偶数的概率是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$

7. 苏州的古桥众多，形态各异，有单孔和多孔的，有半圆孔和椭圆孔的，也有长方孔的、抛物线孔的，富有韵味，每一座古桥都诉说着苏州千百年来的古老文化．如图 1 是某公园的一座抛物线形拱桥，按如图 2 所示建立平面直角坐标系，得函数的表达式为 $y=-\frac{1}{16}x^2$，在正常水位时，水面宽 $AB=16$ 米，当水位上升 3 米后，则水面宽 CD 等于（　　）

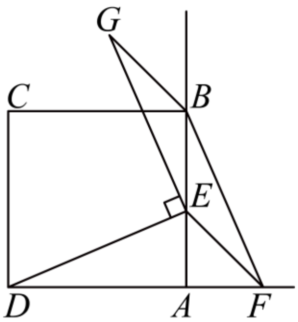

（图1）

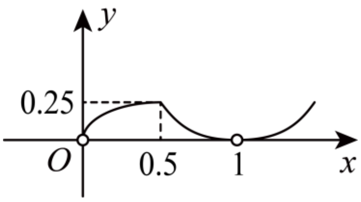


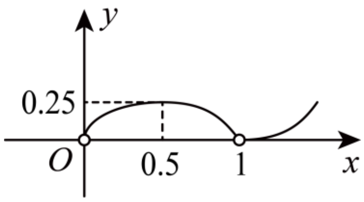
（图2）

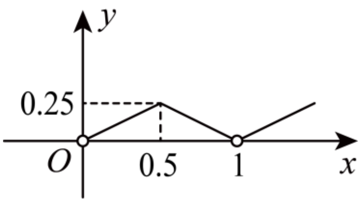
A. 4 米　　B. 8 米　　C. $4\sqrt{2}$ 米　　D. $8\sqrt{2}$ 米

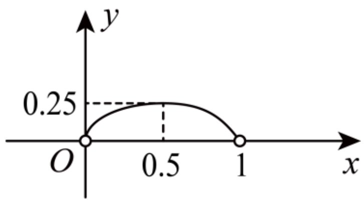
8. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，点 E 是射线 AB 上的动点（点 E 不与点 A，点 B 重合），点 F 在线段 DA 的延长线上，且 $AF=AE$，连接 ED，将 ED 绕点 E 顺时针旋转 $90°$ 得到 EG，连接 EF、FB、BG．设 $AE=x$，四边形 $EFBG$ 的面积为 y，下列图象能正确反映出 y 与 x 的函数关系的是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

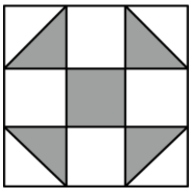
二、填空题：本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．把答案直接填在答题卷相应位置上．

9. 二次函数 $y=-x^2+1$ 图像开口方向是________（填“向上”或“向下”）．

10. 一组数据 0，3，-1，5，-3 的极差是________.

11. 若关于 x 方程 $x^2-2x+m=0$ 的一个根为 1，则 m 的值为__________.

12. 如图，一块飞镖游戏板由除颜色外都相同的 9 个小正方形构成．假设飞镖击中每 1 块小正方形是等可能的（击中小正方形的边界或没有击中游戏板，则重投一次）．任意投掷飞镖一次，击中黑色区域的概率是 ___.

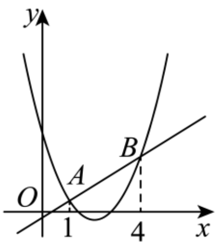


13. 某测试中心分别从操作系统、硬件规格、屏幕尺寸、电池寿命四个项目对新投入市场的一款智能手机进行测评，各项得分如下表：

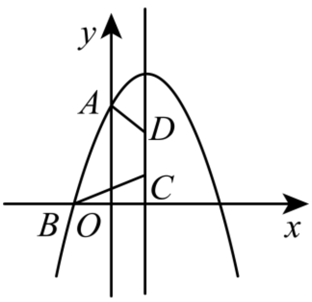
测试项目	操作系统	硬件规格	屏幕尺寸	屏幕尺寸
项目成绩/分	8	8	6	4

最后将操作系统、硬件规格、屏幕尺寸、屏幕尺寸这四项成绩按 3：3：2：2 的比例计算综合成绩，则该手机的综合成绩为________分.

14. 如图，直线 $y=kx+t(k\neq 0)$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 交于 $A(1,m)$，$B(4,n)$，不等式 $ax^2+(b-k)x+c-t<0$ 的解集是________.



15. 如图，抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴的负半轴交于点 B，线段 CD 在抛物线的对称轴上移动（点 C 在点 D 的下方），且 $CD=1$，则 $AD+BC$ 的最小值是________.



16. 已知抛物线 $y=ax^2+bx$（a，b 是常数且 $a\neq 0$），已知 $\begin{cases}2a+b>0\\a+b<0\end{cases}$，点 $A(-3,m)$，$B(2,n)$，$C(4,t)$ 都在该抛物线上，则 m，n，t 的大小关系是________（用“<”连接）.

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分．把解答过程写在答题卷相应位置上，解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明．作图时用 2B 铅笔或黑色墨水签字笔．

17. 解方程：

（1）$x^2+4x=-3$；（2）$5x(x-1)=3(x-1)$．

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+2m-1=0$，其中 m 为常数．若该方程有实数根，且 m 为正整数，求 m 的值及此时方程的根．

19. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	16	6	0	-2	0	…

（1）求该二次函数的表达式；

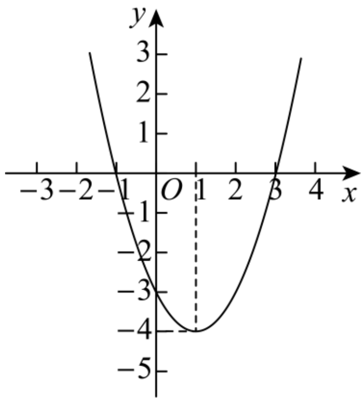
（2）将该二次函数的图像向右平移 1 个单位，再向上平移 5 个单位，得到的图像所对应的函数表达式________．

20. 某中学计划向全校学生招募“阳光小记者”．现有甲、乙两位男生和丙、丁两位女生参加小记者竞选．

（1）若从这四位竞选者中随机选出一位小记者，则选到男生的概率是________；

（2）若从这四位竞选者中随机选出两位小记者，请用列表或画树状图的方法，求两位女生同时当选的概率．

21. 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图像过 $(-1,0)$，且顶点为 $(1,-4)$，解答完成下列问题：



（1）当 $x<1$ 时，y 随 x 增大而________（填“增大”或“减小”）；

（2）当 $0\leq x\leq 3$ 时，y　取值范围是________；

（3）方程 $ax^2+bx+c+3=0$ 的两个根是________．

22. 甲、乙两名学生进行射击练习，在相同条件下各射击 10 次，结果如下：

命中的环数/环	5	6	7	8	9	10
甲命中次数	2	1	4	2	0	1
乙命中次数	1	4	2	1	1	1

（1）甲同学 10 次射击命中环数的中位数是________环，乙同学 10 次射击命中环数的众数是________环；

（2）求甲同学 10 次射击命中环数的平均数和方差；

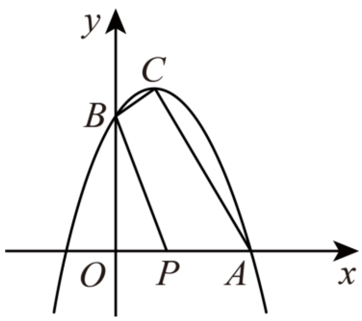
（3）经过计算可知，乙同学 10 次射击的平均数是 7 环，方差是 2.2 环．根据所学的统计知识，从集中趋势和稳定性两个方面来考查两人的成绩，请你对甲、乙两名学生的射击水平给出评价．

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根 x_1， x_2．

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）若 x_1， x_2 满足 $3x_1+x_2=2$，求实数 m 的值．

24. 如图，抛物线$y=-x^2+bx+c$（其中b，c为常数）经过点$A(3,0)$，$B(0,3)$，顶点为C.



（1）求四边形$OACB$的面积；

（2）点P是x轴上位于A点左侧的一动点，若$\triangle POB$的面积与四边形$PACB$的面积之比为$1:3$，求点P的坐标.

25. 为增添教室绿色文化，打造温馨舒适　学习环境，某校九年级一班的同学准备到一家植物种植基地购买A，B两种花苗．据了解，若购买A种花苗3盆，B种花苗5盆，则需要210元，若购买A种花苗4盆，B种花苗10盆，则需要380元．

（1）A，B两种花苗每盆的单价分别是多少元？

（2）经九年级一班班委会商定，决定从A，B两种花苗中选购共12盆装扮教室．种植基地的销售人员为了支持本次活动，为该班同学提供以下优惠方案：A种花苗按单价出售，B种花苗按购买n盆，B种花苗每盆单价就降n元出售．那么，本次购买最多需要多少元？最少需要多少元？

26. 定义：若一个函数图像上存在纵坐标是横坐标 2 倍的点，则称该点为这个函数图像的“2 倍点”．例如，点 $(2,4)$ 是函数 $y=x+2$ 的图像的“2 倍点”．

（1）一次函数 $y=3x+1$ 的图像的“2 倍点”的坐标是________，二次函数 $y=x^2-3$ 的图像的“2 倍点”的坐标是________；

（2）若关于 x 的二次函数 $y=x^2+3x+2-c$（c 为常数）的图像在上存在两个“2 倍点”，求 c 的取值范围；

（3）设关于 x 的函数 $y=x^2+m$ 的图像上有且只有一个“2 倍点”为点 A，关于 x 的函数 $y=x^2-2nx-x+4n+2$（n 为常数且 $n>1$）的图像上有两个“2 倍点”分别为点 B，点 C（点 B 在点 C 的左侧），且 $BC=3AB$，求 m，n 的值．

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 的图像与 x 轴交于 A，B 两点，点 A 在点 B 的左侧.

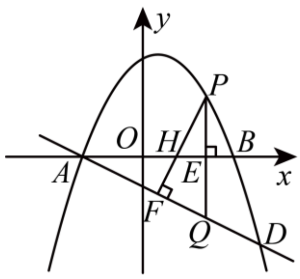
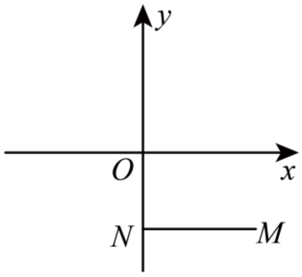


图1



备用图

（1）求点 A，点 B 的坐标；

（2）如图 1，直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与二次函数 $y=ax^2-ax-6a$ 的图像交于 A，D 两点，点 D 的坐标是 $(4,-3)$．点 P 是 x 轴上方的抛物线上的一个动点，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，交 x 轴于点 E，交直线 AD 于点 Q，过点 P 作 $PF\perp AD$ 于点 F，直线 PF 交 x 轴于点 H．若 $L=EH+\dfrac{3}{2}EQ$，设点 P 的横坐标是点 t，求 L 关于 t 的函数关系式，并求 L 的最大值；

（3）已知点 M 的坐标是 $(5,-3)$，过点 M 作 y 轴的垂线，垂足为点 N，若二次函数 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 的图像与线段 MN 只有一个交点，则 a 的取值范围是________.

答案与解析

一、选择题

1. 下列各式中，y是x的二次函数的是（　　）

A. $y=2x+1$　B. $y=\frac{1}{x}$　C. $y=x^2+2x-1$　D. $y=x^2+\frac{1}{x}$

【答案】C

【解析】

【分析】根据二次函数的定义：形如$y=ax^2+bx+c$（a,b,c是常数，且$a\neq0$）的函数是二次函数.

【详解】解：A. $y=2x+1$，是一次函数，本选项不合题意；

B. $y=\frac{1}{x}$，是反比例函数，本选项不合题意；

C. $y=x^2+2x-1$，是二次函数，本选项符合题意；

D. $y=x^2+\frac{1}{x}$，不是二次函数，本选项不合题意；

故选：C

【点睛】本题考查二次函数的定义，理解二次函数的一般式是解题的关键.

2. 一元二次方程$x^2-x-1=0$的根的情况为（　　）

A. 有两个不相等的实数根　B. 有两个相等的实数根

C. 只有一个实数根　D. 没有实数根

【答案】A

【解析】

【分析】先求出Δ的值，再判断出其符号即可.

【详解】解：$\because a=1$，$b=-1$，$c=-1$，

$\therefore \Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\times1\times(-5)=5>0$，

$\therefore$方程有两个不相等的实数根，

故选：A.

【点睛】本题考查了根的判别式，一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的根与$\Delta=b^2-4ac$有如下关系：当$\Delta>0$时，方程有两个不相等的实数根；当$\Delta=0$时，方程有两个相等的实数根；当$\Delta<0$时，方程无实数根.

3. 抛物线$y=(x-2)^2+1$的顶点坐标是（　　）

A. $\left(2,1\right)$　　B. $\left(2,-1\right)$　　C. $\left(-2,1\right)$　　D. $\left(-2,-1\right)$

【答案】A

【解析】

【分析】本题主要考查二次函数的性质，根据二次函数 $y=a\left(x-h\right)^2+k$ $(a,b,c$ 为常数，$a\neq 0)$，顶点坐标是 (h,k)，据此求解即可．

【详解】解：抛物线 $y=(x-2)^2+1$ 的顶点坐标是 $\left(2,1\right)$，

故选：A．

4. 已知一组数据 26，36，36，3■，41，42 其中一个两位数的个位数字被墨水涂污，则下列统计量中仍能计算结果的是（　　）

A. 平均数　　B. 方差　　C. 中位数　　D. 众数

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查了方差：它也描述了数据对平均数的离散程度．也考查了中位数、平均数和众数的概念．利用平均数、中位数、方差和众数的定义对各选项进行判断．

【详解】解：这组数据的平均数、方差和众数都与被涂污数字有关，而这组数据的中众数为 36，与被涂污数字无关．

故选：D．

5. 对于二次函数 $y=-(x-1)^2+4$，下列说法正确的是（　　）

A. 当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而增大　　B. 函数图象的对称轴是直线 $x=-1$

C. 这个函数有最大值 1　　D. 函数图象与 x 轴有 2 个交点

【答案】D

【解析】

【分析】本题考查二次函数的图象和性质，掌握二次函数的图象和性质是解题的关键．

根据二次函数的图象和性质逐一分析，判定即可．

【详解】解：A．抛物线的开口向下，当 $x>1$ 时，y 随 x 的增大而减小，错误，该选项不符合题意；

B．　函数图象的对称轴是直线 $x=1$，错误，该选项不符合题意；

C．　这个函数有最大值 4，错误，该选项不符合题意；

D．当 $y=0$ 时，有 $0=-(x-1)^2+4$，解得：$x_1=3$，$x_2=-1$，因此函数图象与 x 轴有 2 个交点，正确，

该选项符合题意；

故选：D．

6. 在一个不透明的袋子里装有除数字外完全相同的3个小球，上面分别标有数字2，3，4．先从袋中随机摸出一个小球，再从袋中剩下的2个小球中随机摸出一个小球．则摸出2个球上的数字之和为偶数的概率是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{4}{9}$　　D. $\frac{5}{9}$

【答案】B

【解析】

【分析】本题考查列表法求概率，列出表格，利用概率公式进行计算即可．

【详解】解：由题意，列表如下：

	2	3	4
2		5	6
3	5		7
4	6	7	

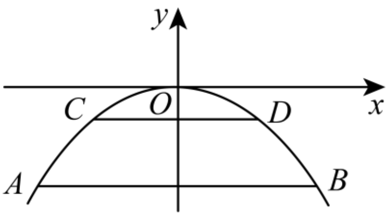
共有6种等可能的结果，其中和为偶数的结果有2种，

$\therefore P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$；

故选B．

7. 苏州的古桥众多，形态各异，有单孔和多孔的，有半圆孔和椭圆孔的，也有长方孔的、抛物线孔的，富有韵味，每一座古桥都诉说着苏州千百年来的古老文化．如图1是某公园的一座抛物线形拱桥，按如图2所示建立平面直角坐标系，得函数的表达式为$y=-\frac{1}{16}x^2$，在正常水位时，水面宽$AB=16$米，当水位上升3米后，则水面宽CD等于（　　）


(图1)



(图2)

A. 4米　　B. 8米　　C. $4\sqrt{2}$米　　D. $8\sqrt{2}$米

【答案】B

【解析】

【分析】本题主要考查了二次函数的应用，理解题意，确定水位上升后的水面高度的是解题关键．根据题意，正常水位时，水面宽 $AB=16$ 米，可求出当 $x=8$ 时可有 $y=-4$，再根据水位上升 3 米后可知 $y=-1$，将其代入二次函数解析式并求出 x 的值，即可获得答案．

【详解】解：根据题意，$AB=16$，

$\therefore$ 当 $x=8$ 时，可有 $y=-\dfrac{1}{16}\times 8^2=-4$，

当水位上升 3 米后，可有 $y=-4+3=-1$，

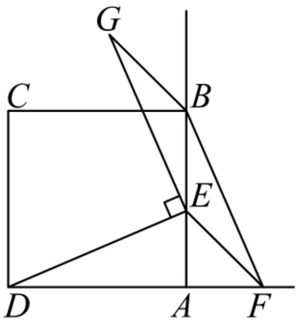
将 $y=-1$ 代入 $y=-\dfrac{1}{16}x^2$，

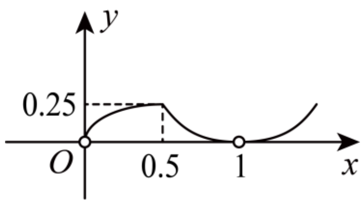
可得 $-1=-\dfrac{1}{16}x^2$，解得 $x_1=-4, x_2=4$，

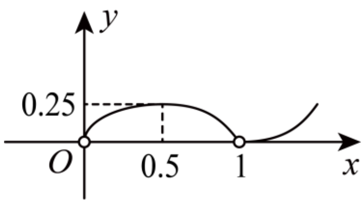
$\therefore CD=4-(-4)=8$ 米．

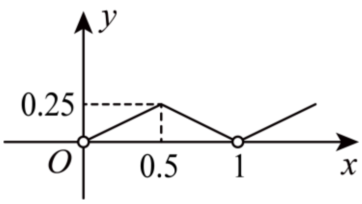
故选：B．

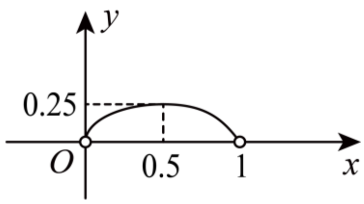
8. 如图，四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，点 E 是射线 AB 上的动点（点 E 不与点 A，点 B 重合)，点 F 在线段 DA 的延长线上，且 $AF=AE$，连接 ED，将 ED 绕点 E 顺时针旋转 $90°$ 得到 EG，连接 EF、FB、BG．设 $AE=x$，四边形 $EFBG$ 的面积为 y，下列图象能正确反映出 y 与 x 的函数关系的是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

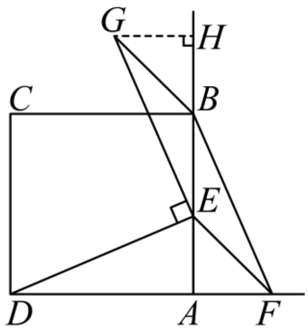
【答案】B

【解析】

【分析】本题考查了动点问题的函数图象的应用，全等三角形的判定与性质，结合图形分析题意并解答是解题关键.

当点E在AB上时，作$GH\perp AB$于H，证明$\triangle DAE$与$\triangle GEH$全等，得出$GH=AE=AF=x$，根据四边形面积公式计算即可；当点E在AB延长线上时，作$GH\perp AB$于H，证明$\triangle DAE$与$\triangle GEH$全等，得出$GH=AE=AF=x$，根据四边形面积公式计算即可.

【详解】解：如图，当点E在AB上时，作$GH\perp AB$于H，



$\because \angle DEG=90^\circ$，

$\therefore \angle DEA+\angle GEH=90^\circ$，

$\because \angle DEA+\angle EDA=90^\circ$，

$\therefore \angle EDA=\angle GEH$，

$\because EG=ED$，$\angle DAE=\angle GHE=90^\circ$，

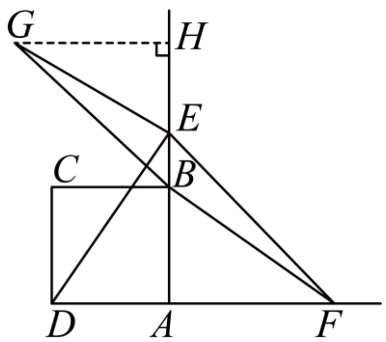
$\therefore \triangle DAE\cong\triangle GEH(\text{AAS})$，

$\therefore GH=AE=AF=x$，

$\therefore BE=1-x$，

$\therefore$四边形$EFBG$的面积为$y=x(1-x)=-x^2+x$；

如图，当点E在AB延长线上时，作$GH\perp AB$于H，



同理可证：$\triangle DAE \cong \triangle GEH$，$GH = AE = AF = x$，

$\therefore BE = x-1$，

$\therefore$四边形$EFBG$的面积为$y = x(x-1) = x^2 - x$；

故选：B．

二、填空题：本大题共8小题，每小题3分，共24分．把答案直接填在答题卷相应位置上．

9．二次函数$y=-x^2+1$的图像开口方向是________（填“向上”或“向下”）．

【答案】向下

【解析】

【分析】题主要考查了学生对二次函数图象开口方向和系数a之间的关系的掌握情况，由二次函数图象开口方向和系数a之间的关系得出结论．

【详解】解：由$y=-x^2+1$得：$a<0$，

$\therefore$二次函数图象开口向下．

故答案为：向下．

10．一组数据0，3，-1，5，-3的极差是________．

【答案】8

【解析】

【分析】本题考查了极差：一组数据中最大数与最小数的差；根据极差概念即可求解．

【详解】解：极差为：$5-(-3)=8$；

故答案为：8．

11．若关于x的方程$x^2-2x+m=0$的一个根为1，则m的值为__________．

【答案】1

【解析】

【分析】将$x=1$代入方程$x^2-2x+m=0$求解即可．

【详解】解：把$x=1$代入方程$x^2-2x+m=0$得：$1^2-2+m=0$

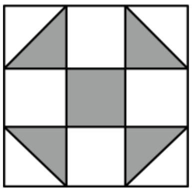
解得$m=1$．

故答案为：1．

【点睛】本题考查了一元二次方程的根，直接代入求解即可．

12．如图，一块飞镖游戏板由除颜色外都相同的9个小正方形构成．假设飞镖击中每1块小正方形是等可

能的（击中小正方形的边界或没有击中游戏板，则重投一次）．任意投掷飞镖一次，击中黑色区域的概率是 ___．



【答案】$\frac{1}{3}$

【解析】

【分析】用黑色小正方形的个数除以小正方形的总个数可得．

【详解】解：∵共有 9 种小正方形，其中黑色正方形的有 3 个，

∴小刚任意投掷飞镖一次，刚好击中黑色区域的的概率是 $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$，

故答案为：$\frac{1}{3}$．

【点睛】本题考查简单概率的计算，解决本题的关键是要知道黑色区域的面积和整个大正方形面积的比值．

13. 某测试中心分别从操作系统、硬件规格、屏幕尺寸、电池寿命四个项目对新投入市场的一款智能手机进行测评，各项得分如下表：

测试项目	操作系统	硬件规格	屏幕尺寸	屏幕尺寸
项目成绩/分	8	8	6	4

最后将操作系统、硬件规格、屏幕尺寸、屏幕尺寸这四项成绩按 3：3：2：2 的比例计算综合成绩，则该手机的综合成绩为________分．

【答案】6.8

【解析】

【分析】本题考查了加权平均数　计算方法．利用加权平均数按照比例计算，即可求得选手甲的平均分．

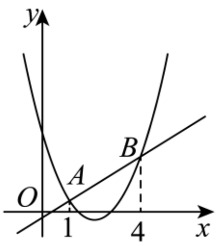
【详解】解：根据题意，

该手机的综合成绩为：$\frac{8\times3+8\times3+6\times2+4\times2}{3+3+2+2}=6.8$；

故答案为：6.8；

14. 如图，直线 $y=kx+t(k\neq0)$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 交于 $A(1,m)$， $B(4,n)$，不等式

$ax^2+(b-k)x+c-t<0$ 的解集是________.



【答案】$1<x<4$

【解析】

【分析】本题考查了二次函数和不等式、二次函数与一次函数的交点，解决本题的关键是利用图象解决问题．根据二次函数和一次函数的图象和性质即可求解．

【详解】解：由 $ax^2+(b-k)x+c-t<0$ 得 $ax^2+bx+c<kx+t$，

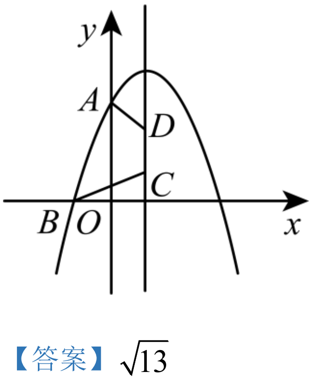
Q 直线 $y=kx+t(k\neq 0)$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 交于 $A(1,m)$， $B(4,n)$，,

$\therefore$ 不等式 $ax^2+bx+c<kx+t$ 的解集是 $1<x<4$，

$\therefore$ 不等式 $ax^2+(b-k)x+c-t<0$ 的解集是 $1<x<4$，

故答案为：$1<x<4$．

15. 如图，抛物线 $y=-x^2+2x+3$ 与 y 轴交于点 A，与 x 轴的负半轴交于点 B，线段 CD 在抛物线的对称轴上移动（点 C 在点 D 的下方），且 $CD=1$，则 $AD+BC$ 的最小值是________.

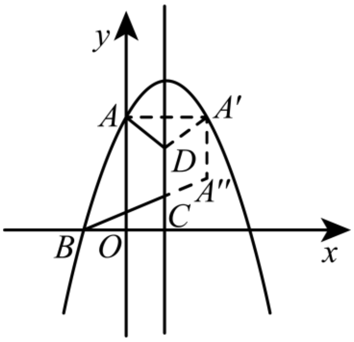


【答案】$\sqrt{13}$

【解析】

【分析】本题考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特征，二次函数图象与几何变换，数形结合是解题的关键．作 A 点关于对称轴的对称点 A'， A' 向下平移 3 个单位，得到 A''，连接 $A''B$，交对称轴于点 C，此时 $AD+BC$ 的值最小，利用解析式求得 A 、 B 点的坐标，根据抛物线的对称性求得 A' 的坐标，进一步求得 A'' 的坐标，再求解即可．

【详解】解：作A点关于对称轴的对称点A'，A'向下平移3个单位，得到A''，连接$A''B$，交对称轴于点C，此时$AD+BC$的值最小，



可得$A'A''/\!/CD, A'A''=CD,$

$\therefore$四边形$A'A''CD$是平行四边形，

$\therefore A'D=A''C$，

$\therefore AD+BC=A'D+BC=A''C+BC=A''B$，

在$y=-x^2+2x+3$中，令$x=0$，则$y=3$，

$\therefore$点$A(0,3)$，

令$y=0$，则$-x^2+2x+3=0$，

解得$x=-1$或$x=3$，

$\therefore$点$B(-1,0)$，

Q 抛物线的对称轴为直线$x=-\dfrac{2}{2\times(-1)}=1$，

$\therefore A'(2,3)$，

$\therefore A''(2,2)$，

$\therefore A''B=\sqrt{(2+1)^2+2^2}=\sqrt{13}$，

$\therefore$ $AD+BC$的最小值是$\sqrt{13}$.

故答案为：$\sqrt{13}$.

16. 已知抛物线$y=ax^2+bx$（a，b是常数且$a\neq 0$），已知$\begin{cases}2a+b>0\\a+b<0\end{cases}$，点$A(-3,m)$，$B(2,n)$，$C(4,t)$都在该抛物线上，则$m$，$n$，$t$的大小关系是________（用“<”连接）.

【答案】$n<t<m$

【解析】

【分析】本题考查二次函数的图像和性质，求不等组的解集，掌握二次函数的图像和性质是解题的关键．

利用解不等式组可得$-2a<b<-a$且$a>0$，即可判断二次函数的对称轴位置，再利用函数的增减性判断即可解题．

【详解】解：解不等式组可得：$-2a<b<-a$，且$a>0$，

所以对称轴$x=-\dfrac{b}{2a}$的取值范围在$\dfrac{1}{2}<x<1$，

由对称轴位置可知到对称轴的距离最近的是$(2,n)$，其次是$(4,t)$，最远的是$(-3,m)$，

即根据增减性可得$n<t<m$，

故答案为：$n<t<m$．

三、解答题：本大题共 11 小题，共 82 分．把解答过程写在答题卷相应位置上，解答时应写出必要的计算过程、推演步骤或文字说明．作图时用 2B 铅笔或黑色墨水签字笔．

17. 解方程：

（1）$x^2+4x=-3$；

（2）$5x(x-1)=3(x-1)$．

【答案】（1）$x_1=-1$，$x_2=-3$

（2）$x_1=1$，$x_2=\dfrac{3}{5}$

【解析】

【分析】本题考查的是解一元二次方程，熟练掌握因式分解法是解题的关键．

（1）利用因式分解法求解即可；

（2）先移项得$5x(x-1)-3(x-1)=0$，然后利用因式分解法解方程即可．

【小问 1 详解】

解：$x^2+4x=-3$

$x^2+4x+3=0$，

$(x+1)(x+3)=0$，

$\therefore x+1=0$或$x+3=0$，

即 $x_1=-1$，$x_2=-3$；

【小问 2 详解】

解：$5x(x-1)=3(x-1)$，

$5x(x-1)-3(x-1)=0$，

$(5x-3)(x-1)=0$，

$\therefore 5x-3=0$ 或 $x-1=0$，

$\therefore x_1=1$，$x_2=\dfrac{3}{5}$．

18. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2x+2m-1=0$，其中 m 为常数．若该方程有实数根，且 m 为正整数，求 m 的值及此时方程的根．

【答案】$m=1$，$x_1=x_2=1$

【解析】

【分析】本题考查根的判别式，解一元二次方程，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．先根据根的判别式求解 m，再根据因式分解法求解即可．

【详解】解：$\because$ 方程有实数根，

$\therefore \Delta=(-2)^2-4(2m-1)\geq 0$，

解得 $m\leqslant 1$，

$\because m$ 为正整数，

$\therefore m=1$，

原方程为 $x^2-2x+1=0$，

$\therefore (x-1)^2=0$，

$\therefore x_1=x_2=1$．

19. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 中，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	16	6	0	-2	0	…

（1）求该二次函数的表达式；

（2）将该二次函数的图像向右平移 1 个单位，再向上平移 5 个单位，得到的图像所对应的函数表达式________.

【答案】（1） $y=2x^2-4x+6$

（2） $y=2(x-3)^2+3$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数图象的平移；准确求出解析式是关键；

（1）由函数 y 与自变量 x 的部分对应值表知，当 $x=1$ 或 $x=3$ 时，函数值为 0，故设解析式为交点式 $y=a(x-1)(x-3)$，再选一对对应值代入即可求得解析式；

（2）把求得的解析式化为顶点式，根据左加右减，上加下减的原则即可求得平移后的解析式.

【小问 1 详解】

解：由函数 y 与自变量 x 的部分对应值表知，当 $x=1$ 或 $x=3$ 时，函数值为 0，

故设解析式为 $y=a(x-1)(x-3)$，

由表知，当 $x=0$ 时， $y=6$，代入上式中得： $6=3a$，

$\therefore a=2$，

$\therefore y=2(x-1)(x-3)$，化为一般式为 $y=2x^2-4x+6$；

【小问 2 详解】

解：二次函数 $y=2x^2-4x+6$ 配方得： $y=2(x-2)^2-2$

则平移后的解析式为： $y=2(x-2-1)^2-2+5$，

即 $y=2(x-3)^2+3$；

故答案为： $y=2\left(x-3\right)^2+3$.

20. 某中学计划向全校学生招募“阳光小记者”．现有甲、乙两位男生和丙、丁两位女生参加小记者竞选.

（1）若从这四位竞选者中随机选出一位小记者，则选到男生的概率是________；

（2）若从这四位竞选者中随机选出两位小记者，请用列表或画树状图的方法，求两位女生同时当选的概率.

【答案】（1） $\frac{1}{2}$

（2）$\frac{1}{6}$

【解析】

【分析】本题考查概率的知识，解题的关键是掌握概率的应用，树状图的应用，列出结果，进行解答，即可．

（1）根据概率的定义，进行解答，即可；

（2）画出树状图，列出所有等可能的结果，进行解答．

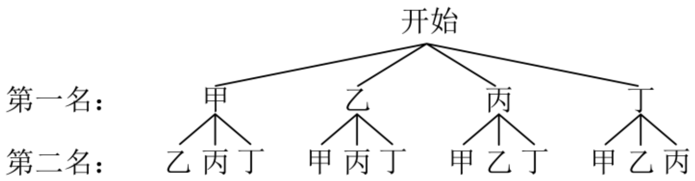
【小问 1 详解】

解：从这四位竞选者中随机选出一位小记者，则选到男生的概率是$\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$

【小问 2 详解】

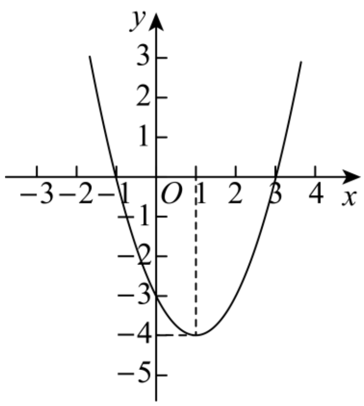
解：根据题意，画出树状图，如下：



由图可知，共有 12 种等可能的结果，丙、丁同时当选的有 2 种，

∴两位女生同时当选的概率是$\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$．

21．如图，二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的图像过$(-1,0)$，且顶点为$(1,-4)$，解答完成下列问题：



（1）当$x<1$时，y随x增大而________（填“增大”或“减小”）；

（2）当$0\leq x\leq 3$时，y的取值范围是________；

（3）方程$ax^2+bx+c+3=0$的两个根是________．

【答案】（1）减小　（2）$-4\leq y\leq 0$

（3）$x_1=0$，$x_2=2$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数的图象与性质，二次函数与一元二次方程等知识，熟悉二次函数的图象与性质是关键．

（1）由顶点坐标设二次函数解析式为顶点式，再把点$(-1,0)$坐标代入即可求出函数解析式；由顶点坐标及函数增减性质即可完成；

（2）由抛物线对称性可求得抛物线与x轴的另一个交点坐标，结合二次函数的图象与性质即可求解；

（3）考虑二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$与直线$y=-3$的交点横坐标，即可求得方程的解．

【小问 1 详解】

解：∵二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$顶点为$(1,-4)$，

∴设$y=a(x-1)^2-4$，

∵图像过$(-1,0)$，

∴$a(-1-1)^2-4=0$，

即$a=1$，

∴$y=(x-1)^2-4$，抛物线开口向上，对称轴为直线$x=1$，

∴当$x<1$时，y随x增大而减小；

故答案为：减小；

【小问 2 详解】

解：∵抛物线对称轴为直线$x=1$，与x轴一个交点为$(-1,0)$，

∴抛物线与x轴的另一个交点坐标为$(3,0)$，

∵抛物线开口向上，函数取得最小值-4，

∴当$0\le x\le 3$时，y的取值范围是$-4\le y\le 0$；

故答案为：$-4\le y\le 0$；

【小问 3 详解】

解：对于$y=(x-1)^2-4$，当$x=0$时，$y=-3$，

即抛物线与y轴　交点坐标为$(0,-3)$；

由抛物线对称性知，$(0,-3)$关于对称轴的对称点坐标为$(2,-3)$；

对于方程$ax^2+bx+c+3=0$的解，就是二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$与直线$y=-3$的交点横坐标，

而二次函数$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$与直线$y=-3$的交点为$(0,-3)$与$(2,-3)$，

∴方程$ax^2+bx+c+3=0$的解为$x_1=0$，$x_2=2$；

故答案为：$x_1=0$，$x_2=2$.

22. 甲、乙两名学生进行射击练习，在相同条件下各射击 10 次，结果如下：

命中的环数/环	5	6	7	8	9	10
甲命中次数	2	1	4	2	0	1
乙命中次数	1	4	2	1	1	1

（1）甲同学 10 次射击命中环数的中位数是________环，乙同学 10 次射击命中环数的众数是________环；

（2）求甲同学 10 次射击命中环数的平均数和方差；

（3）经过计算可知，乙同学 10 次射击的平均数是 7 环，方差是2.2 环．根据所学的统计知识，从集中趋势和稳定性两个方面来考查两人的成绩，请你对甲、乙两名学生的射击水平给出评价．

【答案】（1）7，6　　（2）7，2

（3）甲稳定

【解析】

【分析】（1）根据中位数、众数的定义即可得出答案；

（2）根据平均数、方差公式计算即可得出答案；

（3）从集中趋势和稳定性两个方面来考查两人的成绩．

此题主要考查了平均数，众数，方差，加权平均数，掌握相应的定义是关键．

【小问 1 详解】

解：根据题意，把甲学生 10 次射击命中的环数从小到大排列后，第 5 个和第 6 个数据都是 7，

∴甲同学 10 次射击命中环数的中位数是 $\frac{7+7}{2}=7$，

从表格得乙同学 10 次射击命中环数最多的是 6 环，

∴众数是 6；

故答案为：7；6；

【小问 2 详解】

解：甲同学 10 次射击命中环数的平均数为：$\frac{1}{10}\times(5\times2+6\times1+7\times4+8\times2+9\times0+10\times1)=7$，

甲同学 10 次射击命中环数的方差为：

$$S_{甲}^2=\frac{1}{10}\times\left[2\times(7-5)^2+(7-6)^2+(7-7)^2\times4+2\times(7-8)^2+(7-9)^2\times0+1\times(7-10)^2\right]=2；$$

【小问 3 详解】

解：∵乙同学 10 次射击的平均数是 7 环，方差是 2.2 环，甲同学 10 次射击的平均数是 7 环，方差是 2 环，

∴从平均水平看，甲、乙两名学生射击的环数平均数均为 7 环，成绩一样；

则从离散程度看 $S^2{}_{甲}<S^2{}_{乙}$，甲的成绩比乙更加稳定；乙的众数是 6，甲的众数是 7，甲的众数比乙大，

∴甲的射击水平更好一些.

23. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根 x_1，x_2.

（1）求实数 m 的取值范围；

（2）若 x_1，x_2 满足 $3x_1+x_2=2$，求实数 m 的值.

【答案】（1）$m<1$

（2）$m=-8$

【解析】

【分析】本题考查一元二次方程根与系数的关系及根的判别式，熟知 x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$ 的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$ 是解题的关键.

（1）直接根据判别式直接进行求解即可；

（2）利用根与系数的关系可得 $x_1+x_2=4$，$x_1\cdot x_2=m+3$，将 $x_1+x_2=4$ 和 $3x_1+x_2=2$ 联合解二元一次方程，再将 x_1、x_2 代入 $x_1\cdot x_2=m+3$ 即可求解.

【小问 1 详解】

解：Q 关于 x 的一元二次方程 $x^2-4x+m+3=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore \Delta > 0$，

$\therefore (-4)^2 - 4\times1\times(m+3) > 0$，

$\therefore m < 1$；

【小问 2 详解】

解：由根与系数的关系得：$x_1 + x_2 = 4$，$x_1 \cdot x_2 = m+3$，

又 $3x_1 + x_2 = 2$，

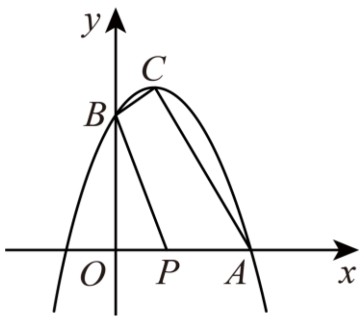
$\therefore \begin{cases} x_1 + x_2 = 4 \\ 3x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 5 \end{cases}$，

$\therefore x_1 \cdot x_2 = m+3 = (-1)\times5$

$\therefore m = -8$．

24. 如图，抛物线 $y = -x^2 + bx + c$（其中 b，c 为常数）经过点 $A(3,0)$，$B(0,3)$，顶点为 C.



（1）求四边形 $OACB$ 的面积；

（2）点 P 是 x 轴上位于 A 点左侧的一动点，若 $\triangle POB$ 的面积与四边形 $PACB$ 的面积之比为 $1:3$，求点 P 的坐标．

【答案】（1）7.5

（2）$P\left(\frac{5}{4},0\right)$，$P\left(-\frac{5}{2},0\right)$

【解析】

【分析】本题考查了待定系数法求二次函数解析式，二次函数与面积问题，坐标与图形，分类讨论思想的运用是解答的关键．

（1）由题意易得抛物线解析式，求得顶点 C 的坐标；连接 OC，四边形 $OACB$ 的面积等于 $\triangle BOC$, $\triangle AOC$

面积的和；

（2）分点 P 在线段 OA 上及点 P 在原点左侧两种情况，$\triangle POB$ 的面积与四边形 $PACB$ 的面积之比为 1：3，可得 $\triangle POB$ 的面积，从而求得 OP，即可得点 P 的坐标.

【小问 1 详解】

解：∵抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 $A(3,0)$，$B(0,3)$，

$\therefore \begin{cases}-9+3b+c=0\\ c=3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=2\\ c=3\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 $y=-x^2+2x+3$，

配方得：$y=-(x-1)^2+4$，

$\therefore C(1,4)$；

$\because A(3,0)$，$B(0,3)$，

$\therefore OA=3,\ OB=3$；

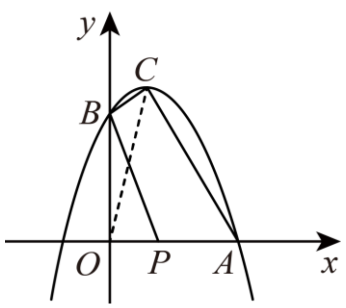
如图，连接 OC，

$S_{四边形OACB}=S_{\triangle BOC}+S_{\triangle AOC}$

$=\frac{1}{2}OB\cdot x_C+\frac{1}{2}OA\cdot y_C$

$=\frac{1}{2}\times3\times1+\frac{1}{2}\times3\times4$

$=7.5$；



【小问 2 详解】

解：当点 P 在线段 OA 上时，

$\because \triangle POB$ 的面积与四边形 $PACB$ 的面积之比为 $1:3$，

$\therefore \triangle POB$ 面积与四边形 $OACB$ 的面积之比为 $1:4$，

$\therefore S_{\triangle POB}=\frac{1}{4}\times7.5=\frac{15}{8}$，

即 $\frac{1}{2}OP\times3=\frac{15}{8}$，

$\therefore OP=\frac{5}{4}$，

$\therefore$点 P 的坐标为 $\left(\frac{5}{4},0\right)$；

当点 P 在原点左侧时，

$\because\triangle POB$ 的面积与四边形 $PACB$ 的面积之比为 1：3，

$\therefore\triangle POB$ 的面积与四边形 $OACB$ 的面积之比为 $1:2$，

$\therefore S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}\times7.5=\frac{15}{4}$，

即 $\frac{1}{2}OP\times3=\frac{15}{4}$，

$\therefore OP=\frac{5}{2}$，

$\therefore$点 P 的坐标为 $\left(-\frac{5}{2},0\right)$；

综上，点 P 的坐标为 $\left(\frac{5}{4},0\right)$ 或 $\left(-\frac{5}{2},0\right)$.

25. 为增添教室绿色文化，打造温馨舒适的学习环境，某校九年级一班的同学准备到一家植物种植基地购买 A，B 两种花苗．据了解，若购买 A 种花苗 3 盆，B 种花苗 5 盆，则需要 210 元，若购买 A 种花苗 4 盆，B 种花苗 10 盆，则需要 380 元．

（1）A，B 两种花苗每盆的单价分别是多少元？

（2）经九年级一班班委会商定，决定从 A，B 两种花苗中选购共 12 盆装扮教室．种植基地的销售人员为了支持本次活动，为该班同学提供以下优惠方案：A 种花苗按单价出售，B 种花苗按购买 n 盆，B 种花苗每盆单价就降 n 元出售．那么，本次购买最多需要多少元？最少需要多少元？

【答案】（1）甲每盆 20 元，乙每盆 30 元

（2）最多 265 元，最少 216 元

【解析】

【分析】本题考查二次函数的实际应用，根据题意准确找到等量关系，建立函数模型是解题的关键．

（1）设 A,B 两种花苗的单价分别是 x 元和 y 元，列出方程组，即可求解；

（2）设购买 B 花苗 n 盆，则购买 A 花苗为 $(12-n)$ 盆，设总费用为 w 元，由题意得：

$w=20(12-n)+(30-n)n=-n^2+10n+240\ (0\le n\le 12)$，即可求解．

小问 1 详解】

解：设 A,B 两种花苗的单价分别是 x 元和 y 元，

则 $\begin{cases}3x+5y=210\\4x+10y=380\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=20\\y=30\end{cases}$，

答：A,B 两种花苗的单价分别是 20 元和 30 元；

【小问 2 详解】

解：设购买 B 花苗 n 盆，则购买 A 花苗为 $(12-n)$ 盆，设总费用为 w 元，

由题意得：$w=20(12-n)+(30-n)n=-n^2+10n+240(0\le n\le 12,n$ 为整数$)$，

$\because -1<0$．

故 w 有最大值，当 $n=5$ 时，w 的最大值为 265，

当 $n=12$ 时，w 的最小值为 216，

故本次购买至少准备 216 元，最多准备 265 元．

26. 定义：若一个函数图像上存在纵坐标是横坐标 2 倍的点，则称该点为这个函数图像的“2 倍点”．例如，点 $(2,4)$ 是函数 $y=x+2$ 的图像的“2 倍点”．

（1）一次函数 $y=3x+1$ 的图像的“2 倍点”的坐标是________，二次函数 $y=x^2-3$ 的图像的“2 倍点”的坐标是________；

（2）若关于 x 的二次函数 $y=x^2+3x+2-c$（c 为常数）的图像在上存在两个“2 倍点”，求 c 的取值范围；

（3）设关于 x 的函数 $y=x^2+m$ 的图像上有且只有一个“2 倍点”为点 A，关于 x 的函数 $y=x^2-2nx-x+4n+2$（n 为常数且 $n>1$）的图像上有两个“2 倍点”分别为点 B，点 C（点 B 在点 C 的左侧），且 $BC=3AB$，求 m，n 的值．

【答案】（1）$(-1,-2)$，$(-1,-2)$ 或 $(3,6)$

（2）$c>\dfrac{7}{4}$

（3）$m=1$，$n=2$

【解析】

【分析】本题考查二次函数的综合应用，解题关键是掌握二次函数与方程的关系，掌握二次函数图像与系数的关系.

（1）分别令 $y=2x$，然后求得方程的解即可；

（2）令 $y=x^2+3x+2-c=2x$，可得 $\Delta=1^2-4\times1\times(2-c)>0$ 时抛物线与直线 $y=2x$ 有两个交点；

（3）令 $y=x^2+m=2x$，根据判别式等于 0 可得 m 的值，从而可得点 A 坐标，令 $x^2-2nx+x+n^2+n=2x$ 可得点 B，C 的横坐标，根据 $BC=3AB$ 即可得出 n 的值.

【小问 1 详解】

解：$3x+1=2x$，解得：$x=-1$，

∴一次函数 $y=3x+1$ 的图像的“2 倍点”的坐标是 $(-1,-2)$，

$x^2-3=2x$，解得：$x=3$ 或 $x=-1$，

∴二次函数 $y=x^2-3$ 的图像的“2 倍点”的坐标是 $(-1,-2)$ 或 $(3,6)$，

故答案为：$(-1,-2)$；$(-1,-2)$ 或 $(3,6)$；

【小问 2 详解】

解：∵若关于 x 的二次函数 $y=x^2+3x+2-c$（c 为常数）的图像在上存在两个“2 倍点”，

∴令 $y=x^2+3x+2-c=2x$，则 $x^2+x+2-c=0$ 有两不等根，

∴ $\Delta=1^2-4\times1\times(2-c)>0$，

解得：$c>\dfrac{7}{4}$，

∴ $c>\dfrac{7}{4}$ 时抛物线与直线 $y=2x$ 有两个交点，

∴ c 的取值范围为 $c>\dfrac{7}{4}$；

【小问 3 详解】

解：令 $x^2+m=2x$，则 $x^2-2x+m=0$，

Q 关于 x 的函数 $y=x^2+m$ 的图象上有且只有一个“2 倍点”，

$\therefore \Delta=4-4m=0$，

$\therefore m=1$.

将 $m=1$ 代入 $x^2-2x+m=0$ 得 $x^2-2x+1=0$，

解得 $x_1=x_2=1$，

$\therefore A(1,2)$，

令 $x^2-2nx-x+4n+2=2x$，

解得 $x=2n+1$ 或 $x=2$，

$\because n>1$，

$\therefore 2n+1>3>2$，

$\because$ 点 B 在点 C 的左侧，

$\therefore$ 点 B 坐标为 $(2,4)$，点 C 坐标为 $(2n+1,4n+2)$，

$\therefore AB=\sqrt{(2-1)^2+(4-2)^2}=\sqrt{5}$，$BC=\sqrt{(2n+1-2)^2+(4n+2-4)^2}=\sqrt{5}(2n-1)$，

$\because BC=3AB$，

$\therefore \sqrt{5}(2n-1)=3\sqrt{5}$，

解得 $n=2$，

综上，$m=1$，$n=2$．

27. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 的图像与 x 轴交于 A，B 两点，点 A 在点 B 的左侧．

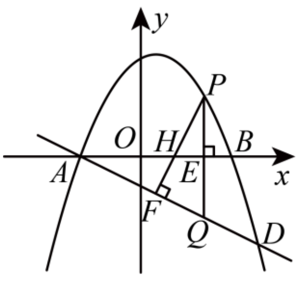
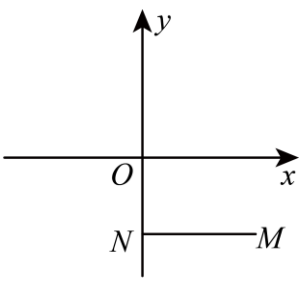


图1



备用图

（1）求点 A，点 B 的坐标；

（2）如图 1，直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与二次函数 $y=ax^2-ax-6a$ 的图像交于 A，D 两点，点 D 的坐标是 $(4,-3)$．点 P 是 x 轴上方的抛物线上的一个动点，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，交 x 轴于点 E，交直线 AD 于点 Q，过点 P 作 $PF\perp AD$ 于点 F，直线 PF 交 x 轴于点 H．若 $L=EH+\dfrac{3}{2}EQ$，设点 P 的横坐标是点 t，求 L 关于 t 的函数关系式，并求 L 的最大值；

（3）已知点 M 的坐标是 $(5,-3)$，过点 M 作 y 轴的垂线，垂足为点 N，若二次函数

$y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 的图像与线段 MN 只有一个交点，则 a 的取值范围是________.

【答案】（1）$A(-2,0)$，$B(3,0)$

（2）$L=-\frac{1}{4}t^2+t+3$，最大值为 4

（3）$a\leq -\frac{3}{14}$ 或 $a>\frac{1}{2}$ 或 $a=\frac{12}{25}$

【解析】

【分析】本题考查二次函数的综合运用，涉及求二次函数解析式，相似三角形的判定与性质，二次函数与直线交点问题；

（1）令 $y=0$ 得 $ax^2-ax-6a=0$，解方程即可得到点 A，点 B 坐标；

（2）先求出一次函数和二次函数的解析式，设直线 AD 与 y 轴交于点 K，则 $K\left(0,-1\right)$，

再证明 $\triangle AOK\backsim\triangle PEH$，得到 $\frac{PE}{HE}=\frac{OA}{OK}=\frac{2}{1}=2$，$HE=\frac{1}{2}PE$，最后根据 $P\left(t,-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t+3\right)$，

$Q\left(t,-\frac{1}{2}t-1\right)$，$E\left(t,0\right)$ 代入 $L=EH+\frac{3}{2}EQ=\frac{1}{2}PE+\frac{3}{2}EQ$ 计算即可；

（3）分三种情况：当 $a<0$ 时，当 $a>0$ 时，二次函数 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 与直线 MN 唯一交点，分别画出图形，结合图形计算即可．

【小问 1 详解】

解：令 $y=0$ 得 $ax^2-ax-6a=0$，

整理得 $a\left(x-3\right)\left(x+2\right)=0$，

解得 $x_1=3,x_2=-2$，

$\because$ 二次函数 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 的图像与 x 轴交于 A，B 两点，点 A 在点 B 的左侧，

$\therefore A(-2,0)$，$B(3,0)$；

【小问 2 详解】

解：$\because$ 直线 $y=kx+b(k\neq 0)$ 与二次函数 $y=ax^2-ax-6a$ 的图像交于 A，D 两点，点 D 的坐标是 $(4,-3)$

∴把 $D(4,-3)$ 代入 $y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$ 得 $-3=16a-4a-6a$，

解得 $a=-\dfrac{1}{2}$，

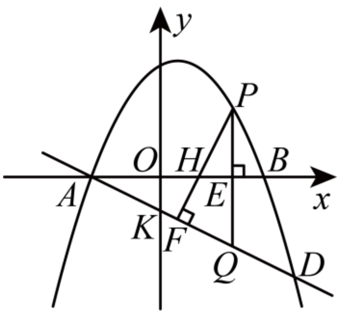
∴抛物线解析式为：$y=-\dfrac{1}{2}x^2+\dfrac{1}{2}x+3$，

把 $D(4,-3)$，$A(-2,0)$ 代入 $y=kx+b(k\neq 0)$ 得 $\begin{cases}-3=4k+b\\0=-2k+b\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}k=-\dfrac{1}{2}\\b=-1\end{cases}$，

∴直线 AD 解析式为 $y=-\dfrac{1}{2}x-1$，

设直线 AD 与 y 轴交于点 K，则 $K\left(0,-1\right)$，



∴ $OK=1$，$OA=2$，

∵点 P 是 x 轴上方的抛物线上的一个动点，过点 P 作 $PQ\perp x$ 轴，交 x 轴于点 E，交直线 AD 于点 Q，点 P 的横坐标是点 t，

∴ $P\left(t,-\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{1}{2}t+3\right)$，$Q\left(t,-\dfrac{1}{2}t-1\right)$，$E\left(t,0\right)$ $\angle PEH=\angle AOK=90^\circ$，

∴ $PE=-\dfrac{1}{2}t^2+\dfrac{1}{2}t+3$，$QE=\dfrac{1}{2}t+1$，

∵ $PF\perp AD$，

∴ $\angle PFA=90^\circ$，

∵ $\angle AHF=\angle PHE$，

∴ $\angle OAK=\angle HPE$，

∴ $\triangle AOK\backsim\triangle PEH$，

∴ $\dfrac{PE}{HE}=\dfrac{OA}{OK}=\dfrac{2}{1}=2$，

$\therefore HE=\frac{1}{2}PE$，

$\therefore L=EH+\frac{3}{2}EQ=\frac{1}{2}PE+\frac{3}{2}EQ=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}t^2+\frac{1}{2}t+3\right)+\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}t+1\right)=-\frac{1}{4}t^2+t+3$，

$\because L=-\frac{1}{4}t^2+t+3=-\frac{1}{4}(t-2)^2+4$，

$\therefore$当$t=2$时L有最大值，最大值为4；

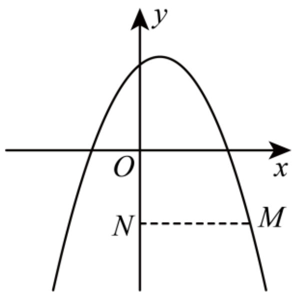
【小问3详解】

解：$\because$点M的坐标是$(5,-3)$，过点M作y轴的垂线，垂足为点N，

$\therefore N(0,-3)$，

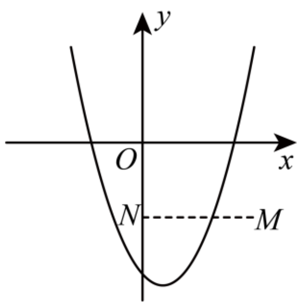
$\because$二次函数$y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$的图像与线段MN只有一个交点，

$\therefore$当$a<0$时，



$x=5$时$y=25a-5ax-6a=14a<-3$，解得$a\leq -\frac{3}{14}$；

当$a>0$时，



$x=0$时$y=-6a<-3$，解得$a>\frac{1}{2}$；

当二次函数$y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$与直线MN唯一交点时，$y=ax^2-ax-6a=-3$只有一个解，

$\therefore \Delta=a^2-4a(3-6a)=0$，解得$a=0$（舍去）或$a=\frac{12}{25}$，

此时$x_1=x_2=\frac{1}{2}$，$0<\frac{1}{2}<5$，即二次函数$y=ax^2-ax-6a(a\neq 0)$与直线MN唯一交点在线段MN

上，

综上所述，a 的取值范围是 $a \le -\frac{3}{14}$ 或 $a > \frac{1}{2}$ 或 $a = \frac{12}{25}$．