2021-2022学年江苏省苏州市高一（上）期中数学试卷

姓名：＿＿＿＿＿＿ 得分：＿＿＿＿＿＿

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分..

1．已知命题 q：$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2+1>0$，则$\neg q$为（　　）

A．$\forall x\in \mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$　　B．$\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2+1<0$

C．$\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$　　D．$\exists x\in \mathbf{R}$，$x^2+1>0$

2．已知集合 $A=\{x\in \mathbf{N}|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x-1>0\}$，则 $A\cap B=$（　　）

A．$\{x|1<x\leqslant 2\}$　　B．$\{x|x\geqslant -2\}$

C．$\{2\}$　　D．$\{-2，-1，0，1，2\}$

3．如果 $a<b<0$，$c<d<0$，那么下面一定成立的是（　　）

A．$a+d<b+c$　　B．$ac<bd$　　C．$ac^2>bc^2$　　D．$\frac{d}{a}<\frac{c}{a}$

4．已知幂函数 $y=(m^2-3m+3)x^{2m-3}$ 在（0，+∞）上单调递减，则 m 的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．1 或 2　　D．3

5．命题“$\forall x\in \mathbf{R}$，$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”是真命题，则实数 k 的取值范围是（　　）

A．（﹣3，0）　　B．（﹣3，0]

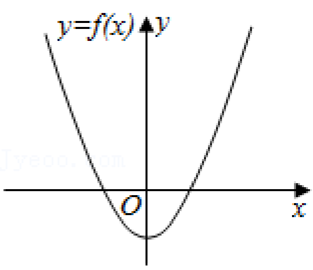
C．[0，3）　　D．（﹣∞，﹣3）∪[0，+∞）

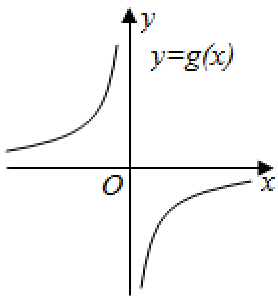
6．设命题 p：$a>1$，命题 q：$\frac{1}{a}<1$，则命题 p 是命题 q 成立的（　　）条件

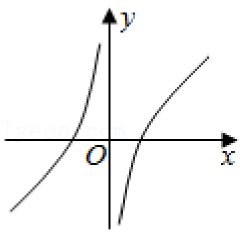
A．充分不必要　　B．必要不充分

C．充要　　D．既不充分也不必要

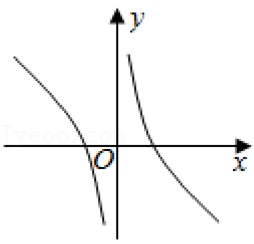
7．已知函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象如图所示，则函数 $y=f(x)\bullet g(x)$ 的图象可能是（　　）



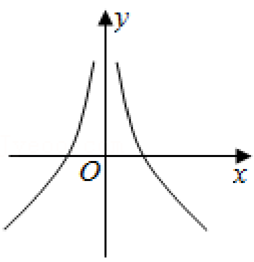




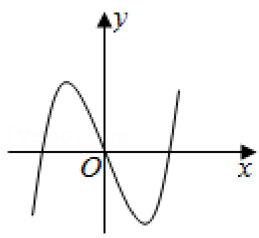
A



B



C



D

8．已知函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}-2$，$g(x)=x^2-ax-a-1$，设 $\alpha\in\{x|f(x)=0\}$，$\beta\in\{x|g(x)=0\}$，若存在 α，β，使得 $|\alpha-\beta|\leqslant 1$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．[0，2]　　　　B．$(-\infty,0]\cup[2,+\infty)$

C．[－1，1]　　　　D．$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty]$

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

9．已知集合 $A=\{-1,1\}$，$B=\{x|kx=1\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 k 的值可以为（　　）

A．－1　　B．0　　C．1　　D．2

10．已知 $f(2x+1)=4x^2$，则（　　）

A．$f(1)=4$　　　　B．$f(-1)=4$

C．$f(x)=x^2$　　　　D．$f(x)=(x-1)^2$

11．已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x(x+1)$，则下列说法正确的是（　　）

A．函数 $f(x)$ 有 3 个单调区间　　　　B．当 $x>0$ 时，$f(x)=x(x-1)$

C．函数 $f(x)$ 有最小值 $-\frac{1}{4}$　　　　D．不等式 $f(x)<0$ 的解集是（－1，1）

12．已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$，则下列结论正确的是（　　）

A．$\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\geqslant 2$　　　　B．$\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}$的最小值为 2

C．若 $a+2b=1$，则$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$的最小值是 9　　　　D．若 $2a+b+c=4$，则 $a(a+b+c)+bc$ 的最大值为 4

三、填空题：本题共 **4** 小题，**每小题 5 分，共 20 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.**

13．函数 $f(x)=\frac{\sqrt{4-x}}{x-1}$的定义域为 ________.

14．若关于 x 的不等式 $x^2-2ax-8a^2<0$（$a>0$）的解集为（c，$c+3$），则实数 a 的值为 ________.

15．已知 x，y 都是正实数，且 $x+2y=xy$，则 xy 的最小值为 ________.

16．已知定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$，且在 $(-\infty,0]$上是增函数，不等式 $f(ax+2)+f(1)\leqslant 2$ 对于 $x\in[1,2]$恒成立，则 a 的取值范围是 ________.

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.

17．（10 分）已知全集为 R，集合 $A=\{x|x^2<4\}$，$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}$.

（1）若 $m=-2$，求集合 $A\cup \complement_R B$；

（2）请在①“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，②若 $x\in A$，则 $x\notin B$，③$A\subseteq \complement_R B$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题的横线上，并完成问题解答.

若______，求实数 m 的取值范围.

18．（12 分）已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$（a，b，c 均为常数，$a\neq0$），若 -1 和 3 是函数 $f(x)$ 的两个零点，且 $f(x)$ 最大值为 4．

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）试确定一个区间 D，使得 $f(x)$ 在区间 D 内单调递减，且不等式 $f(x)\geqslant -mx-m$（$m>0$）在区间 D 上恒成立．

19．（12 分）已知函数 $f(x)=\dfrac{x^2+kx+1}{x}$ 是奇函数．

（1）求 k 的值；

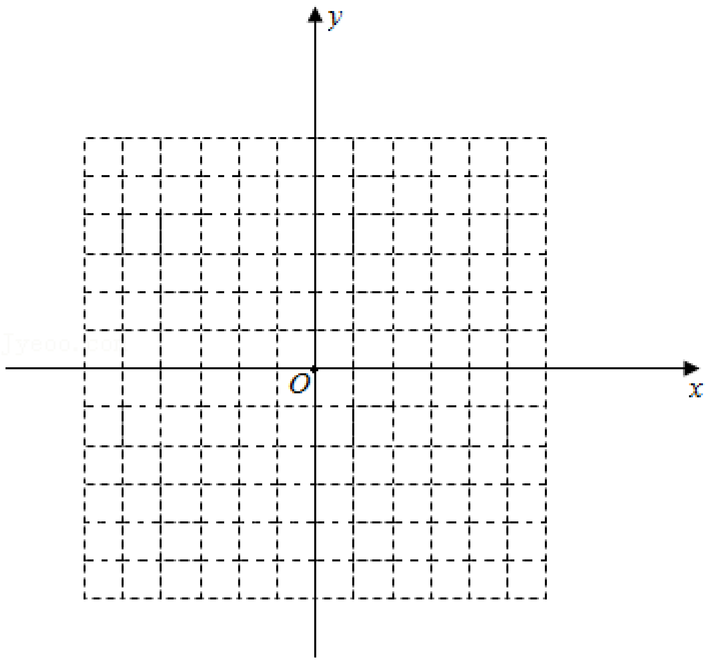
（2）求证：函数 $f(x)$ 在$[1，+\infty)$上单调递增；

（3）若对任意的 x_1，$x_2\in[1，3]$，都有 $f(x_1)-f(x_2)\leqslant a^2-\dfrac{4}{3}a$，求实数 a 的取值范围．

20．（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-4x+3$，$g(x)=x-1$，$\forall x\in\mathbf{R}$，用 $m(x)$ 表示 $f(x)$，$g(x)$ 中的较小者，记为 $m(x)=min\{f(x)，g(x)\}$．

（1）写出函数 $m(x)$ 的解析式，并画出它的图象；

（2）当 $x\in[0，n]$（$n>0$）时，若函数 $m(x)$ 的最大值为 $\dfrac{1}{2}n-\dfrac{3}{4}$，求实数 n 的取值集合．



21．（12 分）某学习小组在社会实践活动中，通过对某种商品销售情况的调查发现：该商品在过去的一个月内（以 30 天计）的日销售价格 $P(x)$（单位：元）与时间 x（单位：天）的函数关系近似满足 $P(x)=1+\frac{k}{x}$（k 为正常数），该商品的日销售量 $Q(x)$（单位：个）与时间 x 部分数据如表所示：

x（天）	5	10	15	20	25	30
$Q(x)$（个）	55	60	65	70	65	60

已知第 10 天该商品的日销售收入为 72 元．

（1）求 k 的值；

（2）给出以下二种函数模型：

①$Q(x)=ax+b$，

②$Q(x)=a|x-20|+b$，

请你根据上表中的数据，从中选择你认为最合适的一种函数来描述该商品的日销售量 $Q(x)$ 与时间 x 的关系，并求出该函数的解析式；

（3）求该商品的日销售收入 $f(x)$（$1\leqslant x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$）（单位：元）的最小值．

22．（12 分）定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意给定的非零实数 x_1，存在唯一的非零实数 x_2（$x_1\neq x_2$），有 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立，则称函数 $f(x)$ 是“v 型函数”．

已知函数 $f(x)=x^2-(a^2+a+2)x+2$，$g(x)=a|x+a|+a^2$，$a\in\mathbf{R}$．

（1）若 $f(x)$ 在区间$[0，2]$上具有单调性，求实数 a 的取值范围；

（2）设函数 $h(x)=\begin{cases}f(x)，& x\leqslant 0\\ g(x)，& x>0\end{cases}$，是否存在实数 a，使得 $h(x)$ 是“v 型函数”，若存在，求出实数 a 的值；若不存在，请说明理由．

2021-2022学年江苏省苏州市高一（上）期中数学试卷

参考答案与试题解析

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1.（5分）已知命题q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$，则$\neg q$为（　　）

A．$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$　　B．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1<0$

C．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$　　D．$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$

【分析】本题中的命题是一个全称命题，其否定是特称命题，依据全称命题的否定书写形式写出命题的否定即可

【解答】解：∵命题q：$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2+1>0$，

∴命题q的否定是“$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2+1\leqslant 0$”

故选：C．

【点评】本题考查命题的否定，解题的关键是掌握并理解命题否定的书写方法规则，全称命题的否定是特称命题，特称命题的否定是全称命题，书写时注意量词的变化．

2.（5分）已知集合$A=\{x\in\mathbf{N}|-2\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x|x-1>0\}$，则$A\cap B=$（　　）

A．$\{x|1<x\leqslant 2\}$　　B．$\{x|x\geqslant -2\}$

C．$\{2\}$　　D．$\{-2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

【分析】可求出集合A，B，然后进行交集的运算即可．

【解答】解：∵全集为R，$A=\{x\in\mathbf{N}|-2\leqslant x\leqslant 2\}=\{0,\ 1,\ 2\}$，

$B=\{x|x-1>0\}=(1,\ +\infty)$，

∴$A\cap B=\{2\}$．

故选：C．

【点评】本题考查交集的求法，考查交集定义等基础知识，考查运算求解能力，是基础题．

3.（5分）如果$a<b<0$，$c<d<0$，那么下面一定成立的是（　　）

A．$a+d<b+c$　　B．$ac<bd$　　C．$ac^2>bc^2$　　D．$\frac{d}{a}<\frac{c}{a}$

【分析】根据不等式的基本性质分别判断即可．

【解答】解：对于A：令$a=-2$，$b=-1$，$c=-5$，$d=-1$，显然错误；

对于B：∵$a<b<0$，$c<d<0$，

∴$-a>-b>0$，$-c>-d>0$，∴$ac>bd$，故B错误；

对于C：∵$a<b<0$，$c^2>0$，∴$ac^2<bc^2$，故C错误；

对于D：∵$c<d<0$，$a<0$，∴$\frac{c}{a}>\frac{d}{a}$，故D正确；

故选：D．

【点评】本题考查了不等式的基本性质，是基础题．

4.（5分）已知幂函数$y=(m^2-3m+3)x^{2m-3}$在$(0,\ +\infty)$上单调递减，则m的值为（　　）

A．1　　B．2　　C．1或2　　D．3

【分析】由题意利用幂函数的定义和性质，求得m的值．

【解答】解：∵幂函数$y=(m^2-3m+3)x^{2m-3}$在$(0,\ +\infty)$上单调递减，

∴$m^2-3m+3=1$，且$2m-3<0$，求得$m=1$，

故选：A．

【点评】本题主要考查幂函数的定义和性质，属于基础题．

5.（5分）命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$”是真命题，则实数k的取值范围是（　　）

A．（－3，0） B．（－3，0]

C．[0，3） D．（－∞，－3）∪[0，+∞）

【分析】根据题意可得不等式 $2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$ 在 **R** 上恒成立，分 $k=0$ 与 $k\neq0$ 两种情况讨论，求出 k 的取值范围即可．

【解答】解：$\forall x\in\mathbf{R}$，$2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$ 是真命题⇔不等式 $2kx^2+kx-\frac{3}{8}<0$ 在 **R** 上恒成立，

①当 $k=0$ 时，不等式为 $-\frac{3}{8}<0$ 恒成立，

②当 $k\neq0$ 时，则 $\begin{cases}k<0\\ \triangle=k^2+4\times2k\times\frac{3}{8}<0\end{cases}$，解得 $-3<k<0$，

综上，$-3<k\leqslant0$，即 k 的取值范围为（－3，0]．

故选：B．

【点评】本题考查不等式恒成立问题，分类讨论是关键，属于中档题．

6．（5 分）设命题 p：$a>1$，命题 q：$\frac{1}{a}<1$，则命题 p 是命题 q 成立的（　　）条件

A．充分不必要 B．必要不充分

C．充要 D．既不充分也不必要

【分析】利用不等式的性质判断充分性，利用举反例判断必要性即可．

【解答】解：①当 $a>1$ 时，$\frac{1}{a}<1$ 成立，∴充分性成立，

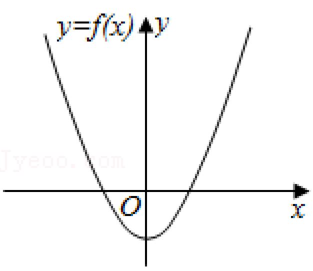
②当 $a=-1$ 时，$\frac{1}{a}<1$ 成立，但 $a>1$ 不成立，∴必要性不成立，

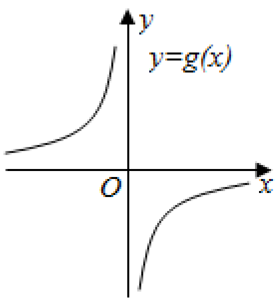
∴命题 p 是命题 q 成立的充分不必要条件，

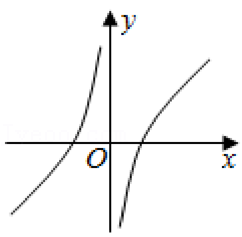
故选：A．

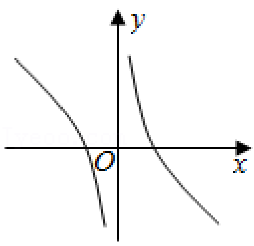
【点评】本题考查了不等式的性质，充要条件的判定，属于基础题．

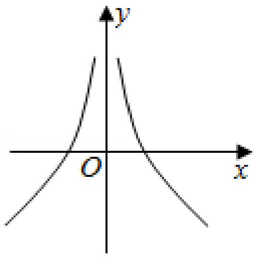
7．（5 分）已知函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象如图所示，则函数 $y=f(x)\bullet g(x)$ 的图象可能是（　　）



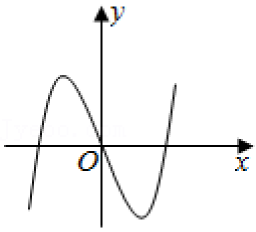


A．

B．



C.



D.

【分析】根据图象上函数值的正负性，可以直接作出判断.

【解答】解：由 f（x）的图象可知当 $x<0$ 时，

函数值先正后负，而此时 g（x）的函数值一直为正值，故 f（x）•g（x）的函数值应该是先正后负，

当 $x>0$ 时，f（x）的函数值先负后正，而 g（x）的函数值一直为负，故 f（x）•g（x）的函数值应该是先负后正，

故选：B.

【点评】本题考查了函数图象的判断，学生的逻辑推理能力，属于基础题.

8.（5 分）已知函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}-2$，g（x）$=x^2-ax-a-1$，设 $\alpha\in\{x|f(x)=0\}$，$\beta\in\{x|g(x)=0\}$，若存在 α，β，使得$|\alpha-\beta|\leqslant1$，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．[0，2]　　B．（﹣∞，0]∪[2，+∞）

C．[﹣1，1]　　D．（﹣∞，﹣1]∪[1，+∞]

【分析】先利用 $\alpha\in\{x|f(x)=0\}$，求出 α 的值，由$|\alpha-\beta|\leqslant1$，可得 $0\leqslant\beta\leqslant2$，结合题意可知，$x^2-ax-a-1=0$ 在[0，2]上有解，利用参变量分离，转化为求解 $y=x+1$ 在[0，2]上的值域，即可得到答案.

【解答】解：函数 $f(x)=x+\frac{1}{x}-2$，

令 f（x）$=0$，即 $x+\frac{1}{x}-2=0$，解得 $x=1$，

又 $\alpha\in\{x|f(x)=0\}$，

则 $\alpha=1$，

因为存在 α，β，使得$|\alpha-\beta|\leqslant1$，

则$|1-\beta|\leqslant1$，解得 $0\leqslant\beta\leqslant2$，

又 g（x）$=x^2-ax-a-1$，$\beta\in\{x|g(x)=0\}$，

所以 $x^2-ax-a-1=0$ 在[0，2]上有解，

即 $a=\frac{x^2-1}{x+1}=x-1$ 在[0，2]上有解，

因为 $x-1\in[-1，1]$，

所以 $a\in[-1，1]$，

则实数 a 的取值范围是[﹣1，1].

故选：C.

【点评】本题考查了函数与方程的理解与应用，绝对值不等式的解法，方程有解的求解，函数值域的求解，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于中档题.

二、多项选择题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 5 分，部分选对得 2 分，有选错或不选得 0 分.请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

（多选）9.（5 分）已知集合 $A=\{-1，1\}$，$B=\{x|kx=1\}$，且 $B\subseteq A$，则实数 k 的值可以为（　　）

A．﹣1　　B．0　　C．1　　D．2

【分析】因为 B 是 A 的子集，所以分别令 $x=1$ 或﹣1，即可求出 k 的值.

【解答】解：因为集合 $A=\{-1，1\}$，$B=\{x|kx=1\}$，且 $B\subseteq A$，

则当 $x=1$ 时，$k=1$，

当 $x=-1$ 时，$k=-1$，

故 k 的值为 1 或 -1，

当 $B=\varnothing$时，$k=0$，

故选：ABC.

【点评】本题考查了集合的包含关系，涉及到分类思想，考查了学生的运算求解能力，属于基础题.

（多选）10．（5 分）已知 $f(2x+1)=4x^2$，则（　　）

A．$f(1)=4$　　B．$f(-1)=4$

C．$f(x)=x^2$　　D．$f(x)=(x-1)^2$

【分析】根据题意，利用换元法求出函数的解析式，由此分析选项，即可得答案.

【解答】解：根据题意，设 $t=2x+1$，则 $x=\frac{t-1}{2}$，

则有 $f(t)=4\left(\frac{t-1}{2}\right)^2=(t-1)^2$，

则 $f(x)=(x-1)^2$，D 正确，C 错误；

$f(1)=(1-1)^2=0$，A 错误，

$f(-1)=(-1-1)^2=4$，B 正确，

故选：BD.

【点评】本题考查函数值的计算，涉及函数解析式的计算，属于基础题.

（多选）11．（5 分）已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x(x+1)$，则下列说法正确的是（　　）

A．函数 $f(x)$ 有 3 个单调区间

B．当 $x>0$ 时，$f(x)=x(x-1)$

C．函数 $f(x)$ 有最小值 $-\frac{1}{4}$

D．不等式 $f(x)<0$ 的解集是 $(-1,1)$

【分析】由偶函数的定义和 $x\leqslant 0$ 的解析式，求得 $x>0$ 时的解析式，可判断 B；求得 $f(x)$ 的单调区间，可判断 A；由二次函数的最值可判断 C；讨论 x 的符号，解不等式，可判断 D.

【解答】解：函数 $y=f(x)$ 是定义在 **R** 上的偶函数，当 $x\leqslant 0$ 时，$f(x)=x(x+1)$，

当 $x>0$ 时，$-x<0$，$f(x)=f(-x)=-x(-x+1)=x^2-x$，故 B 正确；

当 $x>0$ 时，$f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{2})$ 递减，在 $(\frac{1}{2},+\infty)$ 递增；当 $x<0$ 时，$f(x)$ 在 $(-\frac{1}{2},0)$ 递增，在 $(-\infty,-\frac{1}{2})$ 递减，故 A 错误；

当 $x>0$ 时，$f(x)$ 在 $x=\frac{1}{2}$处取得最小值 $-\frac{1}{4}$，由偶函数的图象关于 y 轴对称，可得 $f(x)$ 的最小值为 $-\frac{1}{4}$，故 C 正确；

$f(x)<0$ 即为 $\begin{cases}x>0\\x^2-x<0\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x\leqslant 0\\x^2+x<0\end{cases}$，

解得 $0<x<1$ 或 $-1<x<0$，故 D 错误.

故选：BC.

【点评】本题考查函数的奇偶性和单调性、最值，以及不等式的解法，考查转化思想和运算能力、推理能力，属于中档题.

（多选）12.（5 分）已知 $a>0$，$b>0$，$c>0$，则下列结论正确的是（　　）

A. $\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\geqslant 2$

B. $\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}$的最小值为 2

C. 若 $a+2b=1$，则$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$的最小值是 9

D. 若 $2a+b+c=4$，则 $a(a+b+c)+bc$ 的最大值为 4

【分析】由 $a>0$ 可得$\sqrt{a}>0$，直接利用基本不等式即可判断选项 A；$\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}=\frac{a^2+2+1}{\sqrt{a^2+2}}=\sqrt{a^2+2}+\frac{1}{\sqrt{a^2+2}}$，结合基本不等式即可判断选项 B；

由+2b=1 可得$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(a+2b)(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})=5+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}$，从而利用基本不等式即可判断选项 C；根据题意可得 $a+c>0$，$a+b>0$，$2a+b+c=(a+b)+(a+c)=4$，从而 $a(a+b+c)+bc=a(a+b)+c(a+b)=(a+b)(a+c)$，进一步即可根据基本不等式判断选项 D.

【解答】解：对于选项 A：由 $a>0$，得$\sqrt{a}>0$，则$\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\geqslant 2\sqrt{\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}}=2$，当且仅当$\sqrt{a}=\frac{1}{\sqrt{a}}$，即 $a=1$ 时等号成立，

所以$\sqrt{a}+\frac{1}{\sqrt{a}}\geqslant 2$，选项 A 正确；

对于选项 B：$\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}=\frac{a^2+2+1}{\sqrt{a^2+2}}=\sqrt{a^2+2}+\frac{1}{\sqrt{a^2+2}}\geqslant 2$，当且仅当$\sqrt{a^2+2}=\frac{1}{\sqrt{a^2+2}}$，即 $a^2=-1$ 时等号成立，

又 $a>0$，所以$\frac{a^2+3}{\sqrt{a^2+2}}$不能等于 2，选项 B 错误；

对于选项 C：由 $a+2b=1$，得$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=(a+2b)(\frac{1}{a}+\frac{2}{b})=5+\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b}\geqslant 5+2\sqrt{\frac{2b}{a}\cdot\frac{2a}{b}}=9$，

当且仅当$\frac{2b}{a}=\frac{2a}{b}$，即 $a=b=\frac{1}{3}$时等号成立，所以$\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$的最小值是 9，选项 C 正确；

对于选项 D：根据题意可得 $a+c>0$，$a+b>0$，又 $2a+b+c=(a+b)+(a+c)=4$，

所以 $a(a+b+c)+bc=a(a+b)+c(a+b)=(a+b)(a+c)\leqslant(\frac{a+b+a+c}{2})^2=4$，

当且仅当 $a+b=a+c$，即 $b=c$ 时等号成立，

所以 $a(a+b+c)+bc$ 的最大值为 4，选项 D 正确.

故选：ACD.

【点评】本题考查基本不等式的应用，考查学生的逻辑推理和运算求解的能力，属于中档题.

三、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.请把答案直接填写在答题卡相应位置上.

13.（5 分）函数 f（x）$=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x-1}$的定义域为 ＿{x|x≤4 且 x≠1}＿.

【分析】根据分式有意义的条件，分母不能为 0，偶次根式，被开方数大于等于 0，可求出函数的 f（x）的定义域.

【解答】解：∵ $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x-1}$

∴$\begin{cases}4-x\geqslant 0\\x-1\neq 0\end{cases}$解得 x≤4 且 x≠1

即函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x-1}$的定义域为{$x$|$x$≤4 且 x≠1}

故答案为：{x|x≤4 且 x≠1}

【点评】本题主要考查了函数的定义域及其求法，解题的关键是注意分母不能为 0，偶次根式被开方数大于等于 0，属于基础题.

14.（5 分）若关于 x 的不等式 $x^2-2ax-8a^2<0$（$a>0$）的解集为（c，$c+3$），则实数 a 的值为 ＿$\dfrac{1}{2}$＿.

【分析】利用一元二次方程的根与一元二次不等式解集之间的关系，结合根与系数的关系，列式求解即可.

【解答】解：因为关于 x 的不等式 $x^2-2ax-8a^2<0$（$a>0$）的解集为（c，$c+3$），

则 c 和 $c+3$ 为方程 $x^2-2ax-8a^2=0$ 的两个根，

所以$\begin{cases}c+c+3=2a\\c(c+3)=-8a^2\end{cases}$，解得 $a=\dfrac{1}{2}$.

故答案为：$\dfrac{1}{2}$.

【点评】本题考查了一元二次不等式解法的理解与应用，一元二次方程的根与一元二次不等式解集之间关系的应用，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于基础题.

15.（5 分）已知 x，y 都是正实数，且 $x+2y=xy$，则 xy 的最小值为 ＿8＿.

【分析】由 $x>0$，$y>0$，$x+2y=xy$，得$\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=1$，从而得到 $xy=x+2y=\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}\right)(x+2y)=4+\dfrac{x}{y}+\dfrac{4y}{x}$，再利用基本不等式进行求解.

【解答】解：由 $x>0$，$y>0$，$x+2y=xy$，得$\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}=1$，

则 $xy=x+2y=\left(\dfrac{1}{y}+\dfrac{2}{x}\right)(x+2y)=4+\dfrac{x}{y}+\dfrac{4y}{x}\geqslant 4+2\sqrt{\dfrac{x}{y}\cdot\dfrac{4y}{x}}=8$，

当且仅当$\dfrac{x}{y}=\dfrac{4y}{x}$，即 $x=2y$，即 $x=4$，$y=2$ 时等号成立，

所以 xy 的最小值为 8.

故答案为：8.

【点评】本题考查基本不等式的运用，考查学生的逻辑推理和运算求解的能力，属于基础题.

16.（5 分）已知定义在 **R** 上的函数 f（x）满足 f（－x）＝2－f（x），且在（－∞，0]上是增函数，不等式 f（$ax+2$）$+f$（1）≤2 对于 $x\in[1,2]$恒成立，则 a 的取值范围是 ＿（－∞，－3]＿.

【分析】由题意，先判断得到函数 f（x）关于点（0，1）对称，从而可判断函数 f（x）在 **R** 上为增函数，将不等式进行等价变形，得到 f（$ax+2$）≤f（－1）对于 $x\in[1,2]$恒成立，利用单调性去掉“f”，转化为

$ax+2\leqslant -1$ 对于 $x\in[1，2]$恒成立，由参变量分离可得，$a\leqslant -\frac{3}{x}$对于 $x\in[1，2]$恒成立，求解函数 $y=-\frac{3}{x}$的最小值，即可得到答案．

【解答】解：因为定义在 **R** 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(-x)=2-f(x)$，即 $f(-x)+f(x)=2$，

所以函数 $f(x)$ 关于点（0，1）对称，

又函数 $f(x)$ 在 $(-\infty，0]$上是增函数，

则 $f(x)$ 在 **R** 上为增函数，

因为 $f(-1)=2-f(1)$，

所以不等式 $f(ax+2)+f(1)\leqslant 2$ 对于 $x\in[1，2]$恒成立，

等价于 $f(ax+2)\leqslant f(-1)$ 对于 $x\in[1，2]$恒成立，

则 $ax+2\leqslant -1$ 对于 $x\in[1，2]$恒成立，

即 $a\leqslant -\frac{3}{x}$对于 $x\in[1，2]$恒成立，

因为函数 $y=-\frac{3}{x}$在 $x\in[1，2]$上单调递增，

所以 $\left(-\frac{3}{x}\right)_{\min}=-3$，

故 $a\leqslant -3$，

所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty，-3]$．

故答案为：$(-\infty，-3]$．

【点评】本题考查了函数恒成立问题，函数的对称性以及函数单调性的判断与应用，不等式恒成立的求解，解题的关键是利用单调性去掉“f”，要掌握不等式恒成立问题的一般求解方法：参变量分离法、数形结合法、最值法等，属于中档题．

四、解答题：本题共 6 小题，共 70 分.请在答题卡指定区域内作答.解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.（10 分）已知全集为 R，集合 $A=\{x|x^2<4\}$，$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}$．

（1）若 $m=-2$，求集合 $A\cup \complement_R B$；

（2）请在①“$x\in A$”是“$x\in B$”的充分不必要条件，②若 $x\in A$，则 $x\notin B$，③$A\subseteq \complement_R B$，这三个条件中任选一个，补充在下面问题的横线上，并完成问题解答．

若______，求实数 m 的取值范围．

【分析】（1）求出集合 A，B，从而得到$\complement_R B$，由此能求出集合 $A\cup \complement_R B$；

（2）选①“$x\in A$”是“$x\in B$”时，$A\subsetneqq B$，由集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$B=\{x|x<m+1$ 或 $x>m+7\}$，得到 $m+1\geqslant 2$ 或 $m+7\leqslant -2$，由此能求出实数 m 的取值范围；

选②若 $x\in A$，则 $x\notin B$，$A\cap B=\varnothing$，由集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}=\{x|x<m+1$ 或 $x>m+7\}$，列出不等式组，由此能求出实数 m 的取值范围；

选③$A\subseteq \complement_R B$，由集合 $A=\{x|-2<x<2\}$，$\complement_R B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant m+7\}$，列出不等式组，能求出实数 m 的取值范围．

【解答】解：（1）全集为 R，集合 $A=\{x|x^2<4\}=\{x|-2<x<2\}$，

$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}$．

∴$m=-2$ 时，$B=\{x|(x+1)(x-5)>0\}=\{x|x<-1$ 或 $x>5\}$，

∴$\complement_R B=\{x|-1\leqslant x\leqslant 5\}$，

∴集合 $A\cup \complement_R B=\{x|-2<x\leqslant 5\}$；

（2）选①“$x\in A$”是“$x\in B$”时，$A\subsetneqq B$，

集合 $A=\{x|x^2<4\}=\{x|-2<x<2\}$，

$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}=\{x|x<m+1$ 或 $x>m+7\}$，

∴$m+1\geqslant 2$ 或 $m+7\leqslant -2$，解是 $m\geqslant 1$ 或 $m\leqslant -9$，

∴实数 m 的取值范围是（$-\infty$，$-9]\cup[1$，$+\infty$）；

选②若 $x\in A$，则 $x\notin B$，∴$A\cap B=\varnothing$，

∵集合 $A=\{x|x^2<4\}=\{x|-2<x<2\}$，

$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}=\{x|x<m+1$ 或 $x>m+7\}$，

∴$\begin{cases}m+1\leqslant -2\\ m+7\geqslant 2\end{cases}$，解得 $-5\leqslant m\leqslant -3$，

∴实数 m 的取值范围是$[-5，-3]$.

选③$A\subseteq \complement_R B$，∵集合 $A=\{x|x^2<4\}=\{x|-2<x<2\}$，

$B=\{x|(x-m-1)(x-m-7)>0\}=\{x|x<m+1$ 或 $x>m+7\}$，

∴$\complement_R B=\{x|m+1\leqslant x\leqslant m+7\}$，

∴$\begin{cases}m+1<-2\\ m+7>2\end{cases}$，解得 $-5<m<-3$，

∴实数 m 的取值范围是（-5，-3）.

【点评】本题考查集合的运算，考查并集、补集、子集的定义、不等式的性质等基础知识，考查运算求解能力，是基础题.

18.（12 分）已知二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$（a，b，c 均为常数，$a\neq 0$），若 -1 和 3 是函数 $f(x)$ 的两个零点，且 $f(x)$ 最大值为 4.

（1）求函数 $f(x)$ 的解析式；

（2）试确定一个区间 D，使得 $f(x)$ 在区间 D 内单调递减，且不等式 $f(x)\geqslant -mx-m$（$m>0$）在区间 D 上恒成立.

【分析】（1）利用零点的定义以及二次函数的性质，列出方程组，求出 a，b，c 的值，即可得到答案；（2）利用二次函数的性质，求出 $f(x)$ 的单调区间，将不等式转化为 $x^2-(m+2)x-m-3\leqslant 0$ 在区间 D 上恒成立，求出不等式的解集，结合题意，即可得到答案.

【解答】解：（1）二次函数 $f(x)=ax^2+bx+c$ 且 -1 和 3 是函数 $f(x)$ 的两个零点，且 $f(x)$ 最大值为 4，

所以$\begin{cases}f(-1)=a-b+c=0\\ f(3)=9a+3b+c=0\\ f(1)=a+b+c=4\end{cases}$，解得 $a=-1$，$b=2$，$c=3$，

所以 $f(x)=-x^2+2x+3$；

（2）函数 $f(x)=-x^2+2x+3$ 的图象开口向下，对称轴为 $x=1$，

则函数 $f(x)$ 在（∞，$1]$上单调递增，在区间$[1$，$+\infty$）上单调递减，

由不等式 $f(x)\geqslant -mx-m$（$m>0$）在区间 D 上恒成立，

则 $-x^2+2x+3\geqslant -mx-m$（$m>0$）在区间 D 上恒成立，

即 $x^2-(m+2)x-m-3=(x+1)[x-(m+3)]\leqslant 0$ 在区间 D 上恒成立，

由不等式 $(x+1)[x-(m+3)]\leqslant 0$，可得 $-1\leqslant x\leqslant m+3$，

所以不等式的解集为$[-1，m+3]$，

要使得 $f(x)$ 在区间 D 内单调递减，且不等式 $f(x)\geqslant -mx-m$（$m>0$）在区间 D 上恒成立，

则 $x\in[1，m+3]$，

故可取区间 $D=[1，3]$.

【点评】本题考查了二次函数图象与性质的应用，二次函数解析式的求解，函数零点的理解与应用，二次函数单调性的应用，不等式恒成立的求解与应用，考查了逻辑推理能力与化简运算能力，属于中档题.

19.（12 分）已知函数 $f(x)=\frac{x^2+kx+1}{x}$是奇函数.

（1）求 k 的值；

（2）求证：函数 $f(x)$ 在[1，+∞）上单调递增；

（3）若对任意的 x_1，x_2∈[1，3]，都有 $f(x_1)-f(x_2)\leqslant a^2-\frac{4}{3}a$，求实数 a 的取值范围．

【分析】（1）利用奇函数的定义，列出恒等式，求出 k 的值即可；

（2）利用函数单调性的定义证明即可；

（3）利用函数 $f(x)$ 的单调性，求出 $f(x)$ 在[1，3]上的最大值和最小值，将不等式恒成立转化为 $f(x_1)_{max}-f(x_2)_{min}\leqslant a^2-\frac{4}{3}a$，求解即可．

【解答】（1）解：因为函数 $f(x)=\frac{x^2+kx+1}{x}$ 是奇函数，

所以 $f(-x)+f(x)=\frac{(-x)^2-kx+1}{-x}+\frac{x^2+kx+1}{x}=0$ 恒成立，

即 $2k=0$，解得 $k=0$；

（2）证明：由（1）可知，$f(x)=\frac{x^2+1}{x}=x+\frac{1}{x}$，

设 $1\leqslant x_1<x_2$，

则 $f(x_1)-f(x_2)=(x_1+\frac{1}{x_1})-(x_2+\frac{1}{x_2})=(x_1-x_2)(1-\frac{1}{x_1x_2})$，

因为 $1\leqslant x_1<x_2$，

所以 $x_2-x_1<0$，$1-\frac{1}{x_1x_2}>0$，

则 $f(x_1)-f(x_2)<0$，即 $f(x_1)<f(x_2)$，

故函数 $f(x)$ 在[1，+∞）上单调递增；

（3）解：由（2）可知，函数 $f(x)$ 在[1，3]上单调递增，

所以 $f(x)$ 的最大值为 $f(3)=\frac{10}{3}$，$f(x)$ 的最小值为 $f(1)=2$，

因为对任意的 x_1，x_2∈[1，3]，都有 $f(x_1)-f(x_2)\leqslant a^2-\frac{4}{3}a$，

所以 $f(x_1)_{max}-f(x_2)_{min}\leqslant a^2-\frac{4}{3}a$，

则 $\frac{10}{3}-2\leqslant a^2-\frac{4}{3}a$，解得 $a\leqslant-\frac{2}{3}$ 或 $a\geqslant2$，

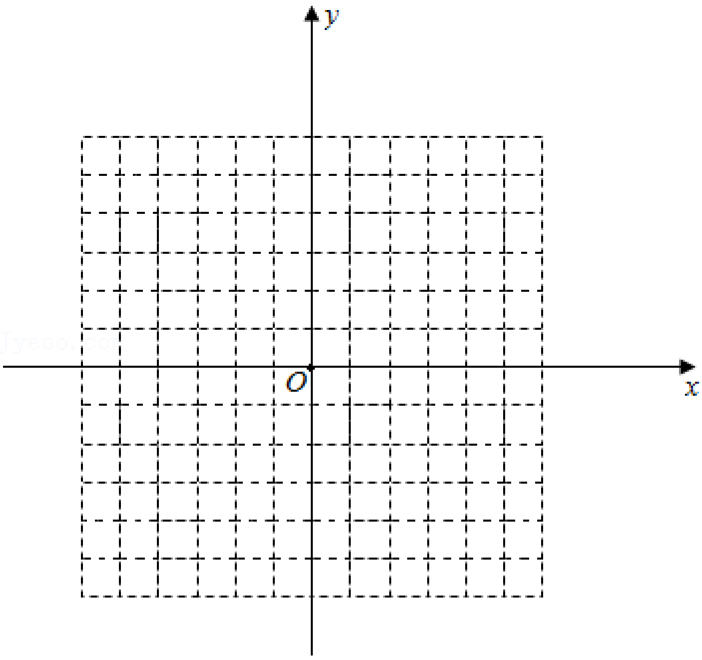
故实数 a 的取值范围为 $(-\infty,\ -\frac{2}{3}]\cup[2,\ +\infty)$．

【点评】本题考查了函数性质的应用，奇函数性质以及定义的理解与应用，函数单调性的证明，函数单调性定义的理解与应用，不等式恒成立问题，要掌握不等式恒成立问题的一般求解方法：参变量分离法、数形结合法、最值法等，属于中档题．

20．（12 分）已知函数 $f(x)=x^2-4x+3$，$g(x)=x-1$，$\forall x\in\mathbf{R}$，用 $m(x)$ 表示 $f(x)$，$g(x)$ 中的较小者，记为 $m(x)=min\{f(x),g(x)\}$．

（1）写出函数 $m(x)$ 的解析式，并画出它的图象；

（2）当 $x\in[0,n]$（$n>0$）时，若函数 $m(x)$ 的最大值为 $\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$，求实数 n 的取值集合．



【分析】(1)根据定义写出函数 $m(x)$ 的解析式，画出图象即可；
(2)根据(1)中的图象图象，结合函数的单调性分类讨论即可.

【解答】解：(1) $m(x)=min\{f(x), g(x)\}=\begin{cases} x-1, & x\in[4,+\infty)\cup(-\infty,1] \\ x^2-4x+3, & x\in(1,4) \end{cases}$，图象如右图所示：

(2)由(1)中图象可知：函数 $m(x)$ 在 $x\in[0,1]$ 上单调递增，在 $x\in[1,2]$ 上单调递减，在 $x\in[2,+\infty)$ 上单调递增，

当 $0<n\leqslant1$ 时，$m(x)_{min}=g(n)=n-1=\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$，$\therefore n=\frac{1}{2}$，

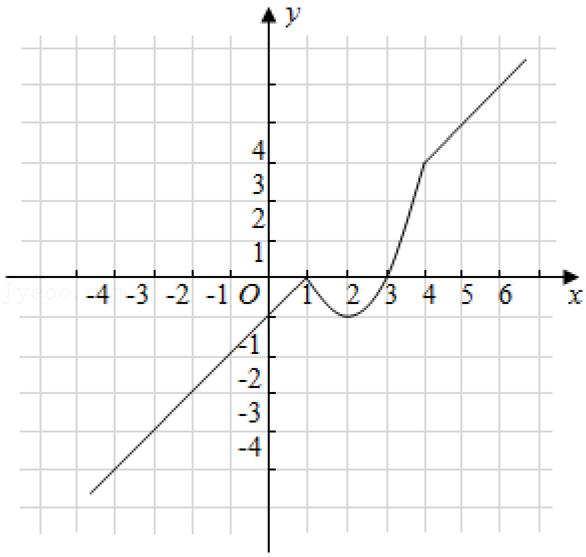
当 $1<n\leqslant3$ 时，$m(x)_{min}=g(1)=0=\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$，$\therefore n=\frac{3}{2}$，

当 $3<n\leqslant4$ 时，$m(x)_{min}=f(n)=n^2-4n+3=\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$，$\therefore n=\frac{9\pm\sqrt{21}}{4}$，而 $3<n\leqslant4$，

所以 $n=\frac{9+\sqrt{21}}{4}$，

当 $n>4$ 时，$m(x)_{min}=g(n)=n-1=\frac{1}{2}n-\frac{3}{4}$，$\therefore n=\frac{1}{2}$（舍去），

故实数 n 的取值集合为：$\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{9+\sqrt{21}}{4}\}$.



【点评】本题考查了函数的图象及函数的最小值，正确画出图象是本题的难点．

21．（12 分）某学习小组在社会实践活动中，通过对某种商品销售情况的调查发现：该商品在过去的一个月内（以 30 天计）的日销售价格 $P(x)$（单位：元）与时间 x（单位：天）的函数关系近似满足 $P(x)=1+\frac{k}{x}$（k 为正常数），该商品的日销售量 $Q(x)$（单位：个）与时间 x 部分数据如表所示：

x（天）	5	10	15	20	25	30
$Q(x)$（个）	55	60	65	70	65	60

已知第 10 天该商品的日销售收入为 72 元．

（1）求 k 的值；

（2）给出以下二种函数模型：

①$Q(x)=ax+b$，

②$Q(x)=a|x-20|+b$，

请你根据上表中的数据，从中选择你认为最合适的一种函数来描述该商品的日销售量 $Q(x)$ 与时间 x 的关系，并求出该函数的解析式；

（3）求该商品的日销售收入 $f(x)$（$1\leqslant x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$）（单位：元）的最小值．

【分析】（1）利用日销售收入等于日销售价格 $P(x)$ 乘以日销量 $Q(x)$ 列式计算，即可求解．

（2）由表中数据可知，当时间变化时，日销售量有增有减不单调，选择模型②，再从表中任取两组值列计算，即可求解．

（3）利用（2）的信息，求出函数 $f(x)$ 的解析式，再分段求出最值，即可求解．

【解答】解：（1）依题意可得，该商品的日销售收入 $f(x)=P(x)\cdot Q(x)$，

因第 10 天该商品的日销售收入为 72 元，

则 $f(10)=P(10)\cdot Q(10)$，即 $\left(1+\frac{k}{10}\right)\times 60=72$，解得 $k=2$，

故 k 的值为 2．

（2）由表中的数据可知，当时间变化时，日销售量有增有减并不单调，

则选择模型 $Q(x)=a|x-20|+b$，

从表中任取两组值，不妨令 $\begin{cases}Q(10)=10a+b=60\\Q(20)=b=70\end{cases}$，解得 $\begin{cases}a=-1\\b=70\end{cases}$，

即 $Q(x)=-|x-20|+70$，显然表中其它各组值均满足这个函数，

故函数的解析式 $Q(x)=-|x-20|+70$（$1\leqslant x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$）．

（3）由（1）知，$P(x)=1+\frac{2}{x}$，$1\leqslant x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$，由（2）知，$Q(x)=-|x-20|+70=\begin{cases}x+50, & 1\leqslant x\leqslant 20, x\in N^*\\ -x+90, & 20<x\leqslant 30, x\in N^*\end{cases}$，

$$f(x)=P(x)\cdot Q(x)=\begin{cases}x+\frac{100}{x}+52, & 1\leqslant x\leqslant 20, x\in N^*\\ -x+\frac{180}{x}+88, & 20<x\leqslant 30, x\in N^*\end{cases}，$$

当 $1\leqslant x\leqslant 20$，$x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)=x+\frac{100}{x}+52$ 在[1，10]上单调递减，在[10，20]上单调递增，

当 $x=10$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $f(10)=72$（元），

当 $20<x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)=-x+\frac{180}{x}+88$ 在（20，30]上单调递减，

当 $x=30$ 时，$f(x)$ 取得最小值 $f(30)=64$（元），

显然 72＞64，则当 $1\leqslant x\leqslant 30$，$x\in\mathbf{N}^*$，$f(x)_{min}=f(30)=64$（元），

故商品的日销售收入的最小值为 64 元．

【点评】本题主要考查函数的实际应用，掌握二次函数的单调性和基本不等式的公式，属于中档题．

22．（12 分）定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：对任意给定的非零实数 x_1，存在唯一的非零实数 x_2（$x_1\neq x_2$），有 $f(x_1)=f(x_2)$ 成立，则称函数 $f(x)$ 是“v 型函数”．

已知函数 $f(x)=x^2-(a^2+a+2)x+2$，$g(x)=a|x+a|+a^2$，$a\in\mathbf{R}$．

（1）若 $f(x)$ 在区间[0，2]上具有单调性，求实数 a 的取值范围；

（2）设函数 $h(x)=\begin{cases}f(x), & x\leqslant 0\\ g(x), & x>0\end{cases}$，是否存在实数 a，使得 $h(x)$ 是“v 型函数”，若存在，求出实数 a 的值；若不存在，请说明理由．

【分析】（1）根据二次函数的单调性可得对称轴在区间两侧，解不等式可得 a 的取值范围；

（2）根据 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的解析式，先确定两个函数的取值集合，设为 A，B，然后结合“v 型函数”的定义分情况讨论．

【解答】解：（1）因为 $f(x)$ 在区间[0，2]上具有单调性，

所以 $\frac{a^2+a+2}{2}\leqslant 0$ 或 $\frac{a^2+a+2}{2}\geqslant 2$，

解得 $a\leqslant -2$ 或 $a\geqslant 1$，

即实数 a 的取值范围是（$-\infty$，-2]∪[1，$+\infty$）；

（2）存在；

因为函数 $f(x)$ 的对称轴 $x=\frac{a^2+a+2}{2}>0$，

所以函数 $f(x)$ 的取值集合为 A，则 $A=(2，+\infty)$，

当 $x>0$ 时，$g(x)$ 的函数取值集合为 B，

假设存在实数 a，使得 $h(x)$ 是“v 型函数”，

由“v 型函数”的定义知：

①若 $x_1<0$，则存在唯一 $x_2>0$，使 $h(x_1)=h(x_2)$，所以 $g(x)$ 在（0，$+\infty$）上单调且 $A\subseteq B$，

②若 $x_1>0$，则存在唯一 $x_2<0$，使 $h(x_1)=h(x_2)$，所以 $g(x)$ 在（0，$+o$）上单调且 $B\subseteq A$，

所以函数 $h(x)$ 在 y 轴两侧的图象必须“等高”且单调，

即 $A=B$ 且 $g(x)$ 在（0，$+\infty$）上单调，

当 $a=0$ 时，g（x）$=0$，不合题意；

当 $a<0$ 时，g（x）在（0，$-a$）上单调递增，在（$-a$，$+o$）上单调递减，$B=(-\infty, a^2]$，不合题意；

当 $a>0$ 时，g（x）在（0，$+\infty$）上单调递增，$B=(2a^2, +\infty)$，

所以 $2a^2=2$，则 $a=1$（$a=-1$ 舍去）；

综上，存在 $a=1$，使得 h（x）是“v 型函数”.

【点评】本题考查了二次函数的单调性，新定义函数的单调性问题，属于综合题。